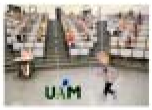
Universidad Autónoma de Madrid
Grado Administración y Gestión
Facultad Ciencias Económicas y Empresariales
Departamento de Economía Aplicada
Profesor: Santiago de la Fuente Fernández

EJERCICIOS RESUELTOS DE NÚMEROS ÍNDICES



I₁ Se quiere conocer la evolución del precio de la barra de pan ente 2005 y 2010 en nuestro país. Para ello se dispone de la siguiente información:

Años	Precio barra de pan (céntimos euro)	Índices Variación precio barra de pan
2005	25	100
2006	30	$I_{2005}^{2006} = \frac{30}{25} \times 100 = 120$
2007	32	$I_{2005}^{2007} = \frac{32}{25} \times 100 = 128$
2008	38	$I_{2005}^{2008} = \frac{38}{25} \times 100 = 152$
2009	44	$I_{2005}^{2009} = \frac{44}{25} \times 100 = 176$
2010	48	$I_{2005}^{2010} = \frac{48}{25} \times 100 = 192$

Calculada la serie de índices de variación, se observa que el precio de la barra de pan en 2007 fue 1,28 veces el precio de 2005; el de 2010 fue 1,92 veces la de 2005, y así sucesivamente.

Señalar que el índice es una medida adimensional, ya que numerador y denominador vienen dados en las mismas unidades de medida.

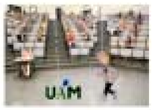
I₂ En la tabla adjunta aparecen distintos artículos y los precios (en céntimos de euros) entre 2008 y 2010. Calcular los índices compuestos.

Artículos	Precios		
	2008	2009	2010
Pan	38	44	48
Huevos	130	150	215
Leche	88	100	110
Pollo	160	190	205

Índice de Sauerbeck: $S_p = \frac{1}{n} . \sum_{i=1}^{n} \frac{p_{it}}{p_{i0}} . 100$

$$S_{p\,2008}^{\;\;2009} = \frac{1}{4} . \sum_{i=1}^{n} \frac{p_{it}}{p_{i0}} . 100 = \frac{1}{4} \times \left[\frac{44}{38} + \frac{150}{130} + \frac{100}{88} + \frac{190}{160} \right] \times 100 = 115,89$$

$$S_{p\,2008}^{\;\;2010} = \frac{1}{4} . \sum_{i=1}^{n} \frac{p_{it}}{p_{i0}} . 100 = \frac{1}{4} \times \left[\frac{48}{38} + \frac{215}{130} + \frac{110}{88} + \frac{205}{160} \right] \times 100 = 136,21$$



Índice Media Geométrica: $I_0^t = \sqrt[4]{\prod_{i=1}^{4} \frac{p_{it}}{p_{i0}}}\ .\ 100$

$$I_{2008}^{2009} = \sqrt[4]{\frac{44}{38} \times \frac{150}{130} \times \frac{100}{88} \times \frac{190}{160}} \times 100 = 115{,}88$$

$$I_{2008}^{2010} = \sqrt[4]{\frac{48}{38} \times \frac{215}{130} \times \frac{110}{88} \times \frac{205}{160}} \times 100 = 135{,}25$$

Índice Media Armónica: $I_0^t = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{p_{i0}}{p_{it}}}\ .\ 100$

$$I_{2008}^{2009} = \frac{4}{\frac{38}{44} + \frac{130}{150} + \frac{88}{100} + \frac{160}{190}} \times 100 = 115{,}86$$

$$I_{2008}^{2010} = \frac{4}{\frac{38}{48} + \frac{130}{215} + \frac{88}{110} + \frac{160}{205}} \times 100 = 134{,}37$$

Índice Media agregativa simple o de Bradstreet-Dûtot: $B - D_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}}\ .\ 100$

$$B - D_{P2008}^{2009} = \frac{\sum_{i=1}^{4} p_{it}}{\sum_{i=1}^{4} p_{i0}} \times 100 = \frac{44 + 150 + 100 + 190}{38 + 130 + 88 + 160} \times 100 = 116{,}35$$

$$B - D_{P2008}^{2010} = \frac{\sum_{i=1}^{4} p_{it}}{\sum_{i=1}^{4} p_{i0}}\ .\ 100 = \frac{48 + 215 + 110 + 205}{38 + 130 + 88 + 160} \times 100 = 138{,}94$$

Señalar que estos cuatro tipos de índices compuestos sin ponderar se pueden utilizar para estudiar la evolución de cualquier otra variable distinta del precio.

I_3 Si en el ejercicio 2 se dispone de información adicional sobre la cantidad vendida en cada uno de los períodos, como se detalla en la tabla adjunta. Determinar los índices de Laspeyres, Paasche, Edgeworth y Fisher para 2010, siendo el año base 2008.

	2008		2009		2010	
Artículos	precios	cantidad vendida	precios	cantidad vendida	precios	cantidad vendida
Pan	38	150	44	200	48	240
Huevos	130	400	150	580	215	560
Leche	88	700	100	780	110	925
Pollo	160	400	190	400	205	375

Solución:

	Laspeyres		Paasche		Edgeworth		
Artículos	$p_{i10} \cdot q_{i08}$	$p_{i08} \cdot q_{i08}$	$p_{i10} \cdot q_{i10}$	$p_{i08} \cdot q_{i10}$	$(q_{i08} + q_{i10})$	$p_{i10} \cdot (q_{i08} + q_{i10})$	$p_{i08} \cdot (q_{i08} + q_{i10})$
Pan	7200	5700	11520	9120	390	18720	14820
Huevos	86000	52000	120400	72800	960	206400	124800
Leche	77000	61600	101750	81400	1625	178750	143000
Pollo	82000	64000	76875	60000	775	158875	124000
	252200	183300	310545	223320		562745	406620

Índice de Laspeyres: $$L_{P2008}^{2010} = \frac{\sum_{i=1}^{4} p_{i10} \cdot q_{i08}}{\sum_{i=1}^{4} p_{i08} \cdot q_{i08}} \,.\, 100 = \frac{252200}{183300} \times 100 = 137,59$$

Índice de Paasche: $$P_{P2008}^{2010} = \frac{\sum_{i=1}^{4} p_{i10} \cdot q_{i10}}{\sum_{i=1}^{4} p_{i08} \cdot q_{i10}} \,.\, 100 = \frac{310545}{223320} \times 100 = 139,06$$

Índice de Edgeworth: $$E_{P\,2008}^{2010} = \frac{\sum_{i=1}^{4} p_{i10} \cdot (q_{i08} + q_{i10})}{\sum_{i=1}^{4} p_{i08} \cdot (q_{i08} + q_{i10})} \,.\, 100 = \frac{562745}{406620} \times 100 = 138,40$$

Índice de Fisher: $$F_{P\,2008}^{2010} = \sqrt{L_{P\,2008}^{2010} \,.\, P_{P\,2008}^{2010}} = \sqrt{137,59 \times 139,06} = 138,32$$

I_4 Cambiar la base de la serie del año base 2000 al año base 2005.

Años	Precio refresco (euros)	Índices Simples Base 2000	Índices Simples Base 2005
2000	1,2	100,00	68,97
2001	1,3	108,33	74,71
2002	1,42	118,33	81,61
2003	1,54	128,33	88,51
2004	1,65	137,50	94,83
2005	1,74	145,00	100
2006	1,86	155,00	106,90
2007	1,94	161,67	111,49
2008	2,15	179,17	123,56
2009	2,25	187,50	129,31
2010	2,30	191,67	132,18

El interés del cambio reside en tener los datos más actuales, con la transformación se puede observar como el precio de la botella de refrescos en el año 2010 aumento el 32,25% en relación al año 2005.

Señalar que para realizar un cambio de base en los índices simples basta dividir casa uno de los índices de la base antigua por el valor del índice correspondiente al período seleccionado como nueva base y multiplicarlo por 100.

Como alternativa a la actualización del período base descrito para los sistemas de base fija, se viene utilizando con mayor frecuencia los sistemas de índices de base variable o encadenada (sistemas que utilizan como base el período inmediatamente anterior).

Se observa la tabla anterior, utilizando la BASE VARIABLE o ENCADENADA:

Años	Precio refresco (euros)	Índices Simples Base 2005	Índices Simples Base variable o Encadenada
2005	1,74	100	
2006	1,86	106,90	106,90
2007	1,94	111,49	104,30
2008	2,15	123,56	110,82
2009	2,25	129,31	104,65
2010	2,30	132,18	102,22

La última columna muestra que entre 2006 y 2005 el precio de la botella de refrescos varió un 6,90%, entre 2006 y 2007 un 4,30%, etc. En este ejemplo, de índices de base variable o encadenada, cada índice se calcula respecto a un año distinto.

Destacar que a partir de la serie de base variable (cuarta columna) se puede calcular el índice para base fija de cualquier período. De esta manera, el índice de los refrescos de 2010 con base 2005 sería:

$$I^{2010}_{2005} = I^{2006}_{2005} \times I^{2007}_{2006} \times I^{2008}_{2007} \times I^{2009}_{2008} \times 100 = 1,069 \times 1,043 \times 1,1082 \times 1,0465 \times 1,0222 \times 100 = 132,18$$

I5 En la tabla se presentan los datos de un conjunto de bienes $\sum p_{it} \cdot q_{i0}$ y $\sum p^{\bullet}_{it} \cdot q^{\bullet}_{i0}$, respectivamente, donde los períodos de ponderación son 2000 y 2005.

Años	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Base=2000	10	11	12	13	15	16					
Base=2005						18	18,6	20	22	23	24

a) Hallar los correspondientes índices de precios de Laspeyres.

b) Determinar los índices de precios entre los períodos 2000-2004 con base 2005.

Solución:

a) Los correspondientes índices de Laspeyres serían:

$$L_{P\,2000}^{2000} = \frac{10}{10} \times 100 = 100\% \qquad L_{P2005}^{2005} = \frac{18}{18} \times 100 = 100\%$$

$$L_{P\,2000}^{2001} = \frac{11}{10} \times 100 = 110\% \qquad L_{P2005}^{2006} = \frac{18,6}{18} \times 100 = 103,33\%$$

$$L_{P\,2000}^{2002} = \frac{12}{10} \times 100 = 120\% \qquad L_{P2005}^{2007} = \frac{20}{18} \times 100 = 111,11\%$$

$$L_{P\,2000}^{2003} = \frac{13}{10} \times 100 = 130\% \qquad L_{P2005}^{2008} = \frac{22}{18} \times 100 = 122,22\%$$

$$L_{P\,2000}^{2004} = \frac{15}{10} \times 100 = 150\% \qquad L_{P2005}^{2009} = \frac{23}{18} \times 100 = 127,78\%$$

$$L_{P\,2000}^{2005} = \frac{16}{10} \times 100 = 160\% \qquad L_{P2005}^{2010} = \frac{24}{18} \times 100 = 133,33\%$$

Índice de Laspeyres

Años	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Base=2000	100	110	120	130	150	160					
Base=2005						100	103,33	111,11	122,22	127,78	133,33

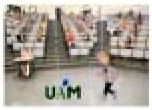
b) Índices de precios entre los períodos 2000-2004 con base 2005=100.

Con la definición de cambio de base $I_h^i = \dfrac{I_0^i}{I_0^h}$: $L_{P2005}^{2000} = \dfrac{L_{p2000}^{2000}}{L_{p2000}^{2005}} \times 100 = \dfrac{100}{160} \times 100 = 62,5\%$

Para los otros índices de Laspeyres:

$$L_{P2005}^{2001} = L_{P2000}^{2001} \cdot L_{P2005}^{2000} = 110 \times 62,5 = 68,75\% \qquad L_{P2005}^{2002} = L_{P2000}^{2002} \cdot L_{P2005}^{2000} = 120 \times 62,5 = 75\%$$

$$L_{P2005}^{2003} = L_{P2000}^{2003} \cdot L_{P2005}^{2000} = 130 \times 62,5 = 81,25\% \qquad L_{P2005}^{2004} = L_{P2000}^{2004} \cdot L_{P2005}^{2000} = 150 \times 62,5 = 93,75\%$$



Índice de Laspeyres

Años	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Base=2000	100	110	120	130	150	160					
Base=2005	62,5	68,75	75	81,25	93,75	100	103,33	111,11	122,22	127,78	133,33

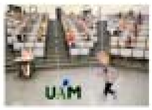
I_6 La tabla refleja los datos de índice de precios, obtener la serie homogénea del índice en base 1990.

Año	I. base 1990	I. base 1995	I. base 2010
1990	100		
1991	115		
1992	121		
1993	130		
1994	132		
1995	135	100	
1996	151,2	112	
1997	159,3	118	
1998	164,7	122	
1999	172,8	128	
2000	175,5	130	100
2001	191,295	141,7	109
2002	196,56	145,6	112
2003	201,825	149,5	115
2004	210,6	156	120
2005	217,62	161,2	124

Etapas

2) Se convierten los números índices en base 1995 a base 1990, multiplicando cada índice en base 1995 por 135 y dividiéndolo por 100.

1) Se convierten los números índices en base 2010 a base 1995. Para ello, se multiplica cada índice en base 2010 por 130, dividiendo por 100.



I_7 En la tabla se recogen los Índices de Precios Industriales para España con base 1974 y 1990 para los meses de diciembre de cada año. Obtener una serie única para las dos bases.

$$\frac{I_{1974}^{1990}}{I_{1990}^{1990}} = \frac{471,12}{102} = 4,6188$$

$$\frac{I_{1990}^{1990}}{I_{1974}^{1990}} = \frac{102}{471,12} = 0,2165$$

Períodos	Base 1974	Base 1990
1987	429,70	429,70 x 0,2165 = 93,03
1998	444,49	444,49 x 0,2165 = 96,23
1989	460,67	460,67 x 0,2165 = 99,73
1990	471,12	102
1991	102,6 x 4,6188 = 473,89	102,6
1992	104,2 x 4,6188 = 481,28	104,2
1993	107,7 x 4,6188 = 497,45	107,7
1994	113,3 x 4,6188 = 523,31	113,3
1995	118,3 x 4,6188 = 546,41	118,3

Para cambiar la base de un índice basta con determinar la relación existente entre los valores del mismo para el único período en el que se dispone información en las dos bases.

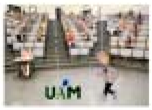
En este sentido, el período en que se dispone información en las dos bases es diciembre de 1990, la relación o coeficiente de enlace con base 1974 será: $\dfrac{I_{1974}^{1990}}{I_{1990}^{1990}} = \dfrac{471,12}{102} = 4,6188$

Tomando 1990 como base, el coeficiente de enlace: $\dfrac{I_{1990}^{1990}}{I_{1974}^{1990}} = \dfrac{102}{471,12} = 0,2165$

Una operación similar al enlace de series es el cambio de base para una serie concreta. En esta línea, para que la serie con base 1990 tomase el valor 100 en diciembre de 1995, se necesita buscar el coeficiente que haga posible esta transformación.

En este caso, el coeficiente sería: $\dfrac{100}{I_{1990}^{1995}} = \dfrac{100}{1188,3} = 0,8453$

Períodos	Base 1974	Base 1990	Base 1990 (Diciembre 1995=100)
1987	429,70	429,70 x 0,2165 = 93,03	93,03 x 0,8453 = 78,61
1998	444,49	444,49 x 0,2165 = 96,23	96,23 x 0,8453 = 81,34
1989	460,67	460,67 x 0,2165 = 99,73	99,73 x 0,8453 = 84,30
1990	471,12	102	102 x 0,8453 = 86,22
1991	102,6 x 4,6188 = 473,89	102,6	102,6 x 0,8453 = 86,73
1992	104,2 x 4,6188 = 481,28	104,2	104,2 x 0,8453 = 88,08
1993	107,7 x 4,6188 = 497,45	107,7	107,7 x 0,8453 = 91,04
1994	113,3 x 4,6188 = 523,31	113,3	113,3 x 0,8453 = 95,77
1995	118,3 x 4,6188 = 546,41	118,3	100



I_8 Dada la información del I.P.C. , se solicitan las repercusiones y participaciones de cada uno de los grupos. ¿Cuál es el grupo más afectado por la subida de los precios?

Grupos	Índices 2007	Ponderaciones	Índices 31/12/2008
1. Alimentos, bebidas y tabaco	100	367,2	125,9
2. Vestido y calzado	100	100,12	132,8
3. Vivienda	100	157,3	133,4
4. Menaje	100	76,1	122
5. Servicios médicos y sanitarios	100	42,65	123
6. Transportes y comunicaciones	100	92,35	126,5
7. Esparcimiento, enseñanza y cultura	100	78,15	128,4
8. Otros bienes y servicios	100	86,13	134,4
	100	1000	128,33

Solución:

El I.P.C. es un índice de Laspeyres $L_P = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} I_i \, . \, w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$

$I_i \equiv$ Índices de cada grupo

$w_i \equiv$ Ponderaciones de cada bien o servicio

La repercusión de cada grupo i-ésimo (i=1, 2, ... , 8) en la variación global del I.P.C. desde 2007 a 2008:

$$R_1 = \frac{\Delta I_1 \, . \, w_1}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{(125,9 - 100) \times 367,2}{1000} = 9,51\%$$

$$R_2 = \frac{\Delta I_2 \, . \, w_2}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{(132,8 - 100) \times 100,12}{1000} = 3,284\%$$

$$R_3 = \frac{\Delta I_3 \, . \, w_3}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{(133,4 - 100) \times 157,3}{1000} = 5,254\%$$

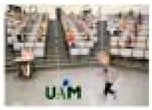
$$R_4 = \frac{\Delta I_4 \, . \, w_4}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{(122 - 100) \times 76,1}{1000} = 1,674\%$$

$$R_5 = \frac{\Delta I_5 \, . \, w_5}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{(123 - 100) \times 42,65}{1000} = 0,981\%$$

$$R_6 = \frac{\Delta I_6 \, . \, w_6}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{(126,5 - 100) \times 92,35}{1000} = 2,447\%$$

$$R_7 = \frac{\Delta I_7 \, . \, w_7}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{(128,4 - 100) \times 78,15}{1000} = 2,219\%$$

$$R_8 = \frac{\Delta I_8 \, . \, w_8}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{(134,4 - 100) \times 86,13}{1000} = 2,963\%$$



Grupos	Índice 2007 (I_i)	Ponderaciones (w_i)	Índice 2008 $(I_i + \Delta I_i)$	Repercusión $R_i = \Delta I_i . w_i \,/\, \sum_{i=1}^{8} w_i$
1. Alimentos, bebidas...	100	367,2	125,9	9,510
2. Vestido y calzado	100	100,12	132,8	3,284
3. Vivienda	100	157,3	133,4	5,254
4. Menaje	100	76,1	122	1,674
5. Servicios médicos...	100	42,65	123	0,981
6. Transportes...	100	92,35	126,5	2,447
7. Esparcimiento, enseñanza...	100	78,15	128,4	2,219
8. Otros bienes y servicios	100	86,13	134,4	2,963
	100	1000	128,33	28,33

La suma de las Repercusiones $\sum_{i=1}^{8} R_i = 28{,}33\%$ es igual a la Variación Índice General (ΔL_P):

$$\Delta L_P = \frac{\sum_{i=1}^{8} (I_i + \Delta I_i) \,.\, w_i}{\sum_{i=1}^{8} w_i} - \frac{\sum_{i=1}^{8} I_i \,.\, w_i}{\sum_{i=1}^{8} w_i} = 128{,}33 - 100 = 28{,}33\% \,, \text{ se conocía que } \sum_{i=1}^{8} R_i = \Delta L_P$$

La PARTICIPACIÓN de cada grupo en la variación del I.P.C. viene dada por la relación:

$$P_i = \frac{R_i}{\sum_{i=1}^{8} \Delta I_i \,.\, w_i} \,.\, 100 = \frac{R_i}{\sum_{i=1}^{8} R_i} \,.\, 100 \text{ , así, por ejemplo, } P_2 = \frac{R_2}{\sum_{i=1}^{8} R_i} \,.\, 100 = \frac{3{,}284}{28{,}33} \times 100 = 11{,}59\%$$

La REPERCUSIÓN porcentual de cada uno de los grupos viene dado por la expresión:

$$R_i(\%) = \frac{R_i}{L_P} = \frac{\Delta I_i \,.\, w_i}{\sum_{i=1}^{n} I_i \,.\, w_i} \,.\, 100 \,, \text{ donde } L_P = \frac{\sum_{i=1}^{8} I_i \,.\, w_i}{\sum_{i=1}^{8} w_i} = 100 \,.$$

LA VARIACIÓN (en porcentaje) DEL ÍNDICE GENERAL es la suma de las repercusiones (en porcentaje)

$$\sum_{i=1}^{8} R_i(\%) = 28{,}33 \,, \text{ o también, } \frac{\Delta L_P}{L_P} \,.\, 100 = \frac{128{,}33 - 100}{100} \times 100 = 28{,}33$$

Grupos	Repercusión $R_i = \Delta I_i \cdot w_i / \sum_{i=1}^{n} w_i$	Participación $P_i = \frac{R_i}{\sum_{i=1}^{8} R_i} \cdot 100$	Repercusión en porcentaje $R_1(\%) = \frac{R_1}{L_P} \cdot 100$
1. Alimentos, bebidas y tabaco	9,510	33,57	9,510
2. Vestido y calzado	3,284	11,59	3,284
3. Vivienda	5,254	18,54	5,254
4. Menaje	1,674	5,91	1,674
5. Servicios médicos y sanitarios	0,981	3,46	0,981
6. Transportes y comunicaciones	2,447	8,64	2,447
7. Esparcimiento, enseñanza y cultura	2,219	7,83	2,219
8. Otros bienes y servicios	2,963	10,46	2,963
	$\sum_{i=1}^{8} R_i = 28,33\%$	100	$\sum_{i=1}^{8} R_i(\%) = 28,33$

El primer grupo (alimentos, bebidas y tabaco) es el que más ha influido en la subida del I.P.C., suponiendo un 33,57% de la variación total. Es decir, en la subida del índice en un 28,33% ha tenido un peso del 9,51%.

De otra parte, el quinto grupo (servicios médicos y sanitarios) es el que menos ha influido en la subida del IPC, representando un 3,46% de la variación total; esto es, en la subida del índice en un 28,33% ha repercutido en 0,981%.

I_9 La tabla muestra información relativa a precios y cantidades de bienes entre 2008 y 2009:

	2008		2009	
Bienes	Precio 2008	Cantidad 2008	Precio 2009	Cantidad 2009
A	5	5	5	10
B	10	8	15	5
C	12	1	8	3

a) Determinar el índice de Laspeyres y de Paasche, los índices simples de cantidad para el año 2009 con base 2008, y el índice de valor de 2009 con base 2008.

b) Si $L_{P_{07}}^{08} = 111$ y $P_{Q_{07}}^{08} = 105$, hallar el índice de valor de 2009 con base 2007.

Solución:

a) Índice de Laspeyres: $L_{P_{08}}^{09} = \dfrac{\sum_{i=1}^{3} p_{i09}\cdot q_{i08}}{\sum_{i=1}^{3} p_{i08}\cdot q_{i08}}\ .\ 100$ Índice de Paasche: $P_{P_{08}}^{09} = \dfrac{\sum_{i=1}^{3} p_{i09}\cdot q_{i09}}{\sum_{i=1}^{3} p_{i08}\cdot q_{i09}}\ .\ 100$

	Laspeyres		Paasche	
Bienes	$p_{i08}\cdot q_{i08}$	$p_{i09}\cdot q_{i08}$	$p_{i09}\cdot q_{i09}$	$p_{i08}\cdot q_{i09}$
A	25	25	50	50
B	80	120	75	50
C	12	8	24	36
	117	153	149	136

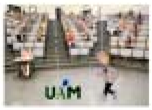
$$L_{P_{08}}^{09} = \frac{\sum_{i=1}^{3} p_{i09}\cdot q_{i08}}{\sum_{i=1}^{3} p_{i08}\cdot q_{i08}}\ .\ 100 = \frac{153}{117} \times 100 = 130{,}77\% \qquad P_{P_{08}}^{09} = \frac{\sum_{i=1}^{3} p_{i09}\cdot q_{i09}}{\sum_{i=1}^{3} p_{i08}\cdot q_{i09}}\ .\ 100 = \frac{149}{136} \times 100 = 109{,}56\%$$

El índice de valor para el período (2008-2009) sería: $IV_{08}^{09} = L_{P_{08}}^{09}\ .\ P_{Q_{08}}^{09}$

Hay que calcular $P_{Q_{08}}^{09}$: $P_{Q_{08}}^{09} = \dfrac{\sum_{i=1}^{3} q_{i09}\cdot p_{i09}}{\sum_{i=1}^{3} q_{i08}\cdot p_{i09}}\ .\ 100 = \dfrac{149}{153} \times 100 = 97{,}39\%$

En consecuencia, $IV_{08}^{09} = L_{P_{08}}^{09}\ .\ P_{Q_{08}}^{09} = 1{,}3077 \times 0{,}9739 \times 100 = 127{,}36\%$

Los índices simples de cantidad vienen dados por la expresión:



$$I_0^t = \frac{q_{it}}{q_{i0}} \,.\, 100 \begin{cases} A:\ I_{08}^{09} = \dfrac{10}{5} \times 100 = 200\% & \text{variación del 100\%} \\ B:\ I_{08}^{09} = \dfrac{5}{8} \times 100 = 62{,}5\% & \text{variación decreciente del 37,5\%} \\ C:\ I_{08}^{09} = \dfrac{3}{1} \times 100 = 300\% & \text{variación del 200\%} \end{cases}$$

b) Si $L_{P_{07}^{08}} = 111$ y $P_{Q_{07}^{08}} = 105$, para hallar el índice de valor de 2009 con base 2007 se recurre al enlace en cadena:

$$IV_{07}^{09} = IV_{07}^{08} \,.\, IV_{08}^{09} = \left[L_{p_{07}^{08}} \,.\, P_{p_{07}^{08}} \right] .\, IV_{08}^{09} = \left[1{,}11 \times 1{,}05\right] \times (127{,}36) = 148{,}43\%$$

O también:

$$IV_{07}^{09} = IV_{07}^{08} \,.\, IV_{08}^{09} = \left[L_{p_{07}^{08}} \,.\, P_{p_{07}^{08}} \right] .\, IV_{08}^{09} = \left[1{,}11 \times 1{,}05\right] \times \frac{\sum_{i=1}^{3} p_{i09} \,.\, q_{i09}}{\sum_{i=1}^{3} p_{i08} \,.\, q_{i08}} = 1{,}1655 \,.\, \frac{149}{117} = 148{,}43\%$$

Otra forma de proceder hubiera sido:

$$IV_{07}^{08} = \frac{\sum_{i=1}^{3} p_{i08} \,.\, q_{i08}}{\sum_{i=1}^{3} p_{i07} \,.\, q_{i07}} = L_{P_{07}^{08}} \,.\, P_{Q_{07}^{08}} \;\rightarrow\; \frac{117}{\sum_{i=1}^{3} p_{i07} \,.\, q_{i07}} = 1{,}11 \times 1{,}05 \;\rightarrow\; \sum_{i=1}^{3} p_{i07} \,.\, q_{i07} = 100{,}386$$

con lo cual, $IV_{07}^{09} = \dfrac{\sum_{i=1}^{3} p_{i09} \,.\, q_{i09}}{\sum_{i=1}^{3} p_{i07} \,.\, q_{i07}} = \dfrac{149}{100{,}386} = 148{,}43\%$

I_{10} Relacionar las tasas de variación de los índices cuánticos de Laspeyres y Paasche entre dos períodos con la tasa de variación del índice cuántico de Fisher entre esos períodos.

Solución:

Denotando por T_L y T_P, respectivamente, las tasas de variación de los índices cuánticos de Laspeyres y Paasche entre los dos períodos, y siendo T_F la tasa de variación del índice cuántico de Fisher entre esos períodos.

Se sabe que el índice cuántico de Fisher: $F_q^2 = L_q \,.\, P_q$

Multiplicando, respectivamente, los índices cuánticos de Laspeyres y Paasche por $(1+T_L)$ y $(1+T_P)$, los nuevos índices de Laspeyres y Paasche son $L_q^\bullet = (1+T_L)\,.\,L_q$ y $P_q^\bullet = (1+T_P)\,.\,P_q$, y para el nuevo índice de Fisher resulta:

$$\left[(1+T_F)\,.\,F_q\right]^2 = \left[(1+T_L)\,.\,L_q\right]\,.\,\left[(1+T_P)\,.\,P_q\right] \;\rightarrow\; (1+T_F)^2 = (1+T_L)\,.\,(1+T_P)$$

I_{11} Una empresa que produce tres variedades de aceite, sabe que en 2007 el valor añadido bruto de cada variedad fue 100, 120 y 60, respectivamente. Las producciones en el período 2007-2010 fueron:

	2007	2008	2009	2010
A	40	30	60	65
B	50	100	110	120
C	60	130	150	190

Se pide:

a) $L_{Q_{07}^{08}}$, $L_{Q_{07}^{09}}$ y $L_{Q_{07}^{10}}$

b) Las variaciones relativas anuales de la producción

c) La tasa media anual de variación de la producción para el período 2007-2010

Solución:

El índice cuántico de Laspeyres: $L_{Q_{i0}^{it}} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{it}\,.\,p_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0}\,.\,p_{i0}}\,.\,100\,.$

Se conoce el valor añadido bruto para el 2007: $\sum_{i=1}^{3} q_{07}\,.\,p_{07} = 100 + 120 + 60 = 280\,.$

Como nos dan las producciones anuales para cada variedad, solo nos falta conocer los precios de cada variedad en el 2007, tarea que resulta sencilla al saber el valor añadido:

$$V_{A_{07}} = p_{A_{07}}\,.\,q_{A_{07}} \;\rightarrow\; 100 = p_{A_{07}}\,.\,40 \;\rightarrow\; p_{A_{07}} = 2{,}5$$
$$V_{B_{07}} = p_{B_{07}}\,.\,q_{B_{07}} \;\rightarrow\; 120 = p_{B_{07}}\,.\,50 \;\rightarrow\; p_{B_{07}} = 2{,}4$$
$$V_{C_{07}} = p_{C_{07}}\,.\,q_{C_{07}} \;\rightarrow\; 60 = p_{C_{07}}\,.\,60 \;\rightarrow\; p_{C_{07}} = 1$$

Por tanto,

	2007 q_{07}	2007 p_{07}	2008 q_{08}	2009 q_{09}	2010 q_{10}
A	40	2,5	30	60	65
B	50	2,4	100	110	120
C	60	1	130	150	190

$$\sum_{i=1}^{3} q_{07} \cdot p_{07} = 100 + 120 + 60 = 280$$

$$L_{Q\,07}^{\;08} = \frac{\sum_{i=1}^{3} q_{08} \cdot p_{07}}{\sum_{i=1}^{3} q_{07} \cdot p_{07}} . 100 = \frac{30 \times 2,5 + 100 \times 2,4 + 130 \times 1}{280} \times 100 = 158,93$$

$$L_{Q\,07}^{\;09} = \frac{\sum_{i=1}^{3} q_{09} \cdot p_{07}}{\sum_{i=1}^{3} q_{07} \cdot p_{07}} . 100 = \frac{60 \times 2,5 + 110 \times 2,4 + 150 \times 1}{280} \times 100 = 201,43$$

$$L_{Q\,07}^{\;10} = \frac{\sum_{i=1}^{3} q_{10} \cdot p_{07}}{\sum_{i=1}^{3} q_{07} \cdot p_{07}} . 100 = \frac{65 \times 2,5 + 120 \times 2,4 + 190 \times 1}{280} \times 100 = 228,75$$

b) Las variaciones relativas anuales de la producción

Años	Índice Laspeyres	Tasa de variación
2007	100	
2008	158,93	0,5893
2009	201,43	0,2674
2010	228,75	0,1356

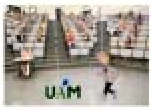
La tasa de variación de la producción (tanto por uno) en 2007-2010, con el índice de Laspeyres como índice deflactor, viene dada por la relación:

$$t_{Q\,07}^{\;08} = \frac{L_{Q\,07}^{\;08}}{L_{Q\,07}^{\;07}} - 1 = 1,5893 - 1 = 0,5893$$

$$t_{Q\,08}^{\;09} = \frac{L_{Q\,07}^{\;09}}{L_{Q\,07}^{\;08}} - 1 = \frac{2,0143}{1,5893} - 1 = 0,2674 \qquad t_{Q\,09}^{\;10} = \frac{L_{Q\,07}^{\;10}}{L_{Q\,07}^{\;09}} - 1 = \frac{2,2875}{2,0143} - 1 = 0,1356$$

c) La tasa media anual de variación de la producción para el período 2007-2010

$$(1 + t_{m\,07}^{\;10})^3 = L_{Q\,07}^{\;10} \quad \rightarrow \quad t_{m\,07}^{\;10} = \sqrt[3]{2,2875} - 1 = 0,3176$$



I_{12} Las relaciones comerciales entre España y otro país B vienen reflejadas en la tabla adjunta, se desea conocer el índice de relación de cambio para España en 2005.

España exporta a B	2000		2005	
Productos	Precio	Cantidad	Precio	Cantidad
x	10	1500	15	1500
y	20	2000	25	2400

España importa de B	2000		2005	
Productos	Precio	Cantidad	Precio	Cantidad
u	5	800	8	840
v	10	400	15	520
z	15	600	18	680

Solución:

El índice de relación de cambio en el comercio exterior viene dado por $R_{io}^{it} = \dfrac{P_P(Ex)}{P_P(Im)}$

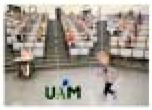
Calculando los índices de precios de Paasche para las exportaciones e importaciones del año 2005, con base el año 2000.

$$P_P(Ex)_{00}^{05} = \frac{\sum_{i=1}^{2} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{3} p_{i0} \cdot q_{it}} = \frac{15 \times 1500 + 25 \times 2400}{10 \times 1500 + 20 \times 2400} = 1,31$$

$$P_P(Im)_{00}^{05} = \frac{\sum_{i=1}^{2} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{3} p_{i0} \cdot q_{it}} = \frac{8 \times 840 + 15 \times 520 + 18 \times 680}{5 \times 840 + 10 \times 520 + 15 \times 680} = 1,37$$

En consecuencia, $R_{00}^{05} = \dfrac{P_P(Ex)}{P_P(Im)} = \dfrac{1,31}{1,37} = 0,96$

Como $R_{00}^{05} < 1$, el precio de los productos exportados es menor que el de importados, sitúa a España en una posición desventajosa frente al país B.



I_{13} Una empresa estudia la evolución de los precios en euros de tres componentes (A, B, C) para una pieza en los últimos 5 años.

Año	A	B	C
1	3	4	1
2	4	6	1,5
3	5	6,5	2
4	4,5	7	2,5
5	7	4	3

a) Calcular un índice simple para estudiar la evolución de los precios del componente A tomando como periodo de referencia el año 1.

b) Calcular un índice conjunto de la evolución de los precios utilizando una media aritmética de índices simples y tomando como referencia el año 1.

c) Analizar cómo varían los resultados si escoge otros promedios como la media geométrica.

d) Suponiendo que en cada pieza van 5 unidades del componente A, 10 del B y 15 del C, calcule índices de precios conjuntos para los tres componentes tomando como referencia el periodo 1 y usando una media aritmética ponderada de los índices simples. Analice cómo varían los resultados, y cuál es el incremento medio anual de precios a partir del índice compuesto media aritmética ponderada.

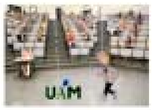
Solución:

a) Índice simple de la evolución de los precios tomando como periodo de referencia el año 1:

				Índice Simple Precios					
Año	A	B	C	A		B		C	
1	3	4	1	100	(3 / 3) . 100	100	(4 / 4) . 100	100	(1 / 1) . 100
2	4	6	1,5	133,33	(4 / 3) . 100	150	(6 / 4) . 100	150	1,5 . 100
3	5	6,5	2	166,67	(5 / 3) . 100	162,50	(6,5 / 4) . 100	200	2 . 100
4	4,5	7	2,5	150	(4,5 / 3) . 100	175	(7 / 4) . 100	250	2,5 . 100
5	7	4	3	233,33	(7 / 3) . 100	100	(4 / 4) . 100	300	3 . 100

b) Índice conjunto de la evolución de los precios utilizando la media aritmética:

Año	A	B	C		Media aritmética
1	100	100	100	300/3 = 100	100
2	133,33	150	150	433,33/3= 144,44	144,44
3	166,67	162,50	200	529,17/3=176,39	176,39
4	150	175	250	575/3=191,67	191,67
5	233,33	100	300	633,33/3=211,11	211,11



c) Índice conjunto de la evolución de los precios utilizando la media geométrica:

Año	A	B	C	$\prod_{i=1}^{3} I_i$	$\sqrt[3]{\prod_{i=1}^{3} I_i}$
1	100	100	100	1000000	100
2	133,33	150	150	3000000	144,22496
3	166,67	162,50	200	5416666,67	175,62137
4	150	175	250	6562500	187,22181
5	233,33	100	300	7000000	191,29312

d) Índice conjunto de la evolución de los precios utilizando la media ponderada:

Año	A (5 unidades)	B (10 unidades)	C (15 unidades)		Media ponderada
1	100	100	100	5.100+10.100+15.100/(5+10+15)=100	100
2	133,33	150	150	5.133,33+10.150+15.150/(5+10+15)= 147,22	147,22
3	166,67	162,50	200	5.166,67+10.162,50+15.200/(5+10+15)= 181,94	181,94
4	150	175	250	5.150+10.175+15.250/(5+10+15)= 208,33	208,33
5	233,33	100	300	5.233,33+10.100+15.300/(5+10+15)= 222,22	222,22

El incremento (tasa) medio anual de precios a partir del índice compuesto:

Año	A (5 unidades)	B (10 unidades)	C (15 unidades)	Media ponderada	Incremento	% Incremento (Tasa)
1	100	100	100	100		
2	133,33	150	150	147,22	(147,22/100) - 1 = 0,47222	47,22
3	166,67	162,50	200	181,94	(181,94/147,22) - 1 = 0,23584	23,58
4	150	175	250	208,33	(208,33/181,94) - 1 = 0,14503	14,50
5	233,33	100	300	222,22	(222,22/208,33) - 1 = 0,06667	6,67

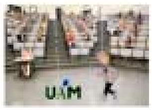
I14 El consumo en combustible en una empresa (en miles de litros) en una empresa y los índices de precios del combustible en seis años han sido:

Año	Consumo	Índice (base 2009=100%)
2006	60	91
2007	70	93
2008	75	95
2009	78	100
2010	80	114
2011	85	120

Sabiendo que el precio del combustible fue de 1,5 €/litro en el año 2011, calcular el gasto en combustible de la empresa en cada año.

Solución:

Año	Consumo	Índice (base 2009=100%)	Índice (base 2011=100%)		Precio €/litro	Gasto
2006	60	91	(91/120).100=75,83	75,83	1,5 x 0,7583=1,137	68,22
2007	70	93	(93/120).100=77,5	77,5	1,5 x 0,775=1,162	81,34
2008	75	95	(95/120).100=79,17	79,17	1,5 x 0,7917=1,187	89,025
2009	78	100	(100/120).100=83,33	83,33	1,5 x 0,8333=1,249	97,422
2010	80	114	(114/120).100=95	95	1,5 x 0,95=1,425	114
2011	85	120	(120/120).100=100	100	1,5	127,5



I_{15} Se muestran los precios y cantidades vendidas de tres productos por una determinada empresa durante tres períodos:

t	P_A	P_B	P_C	Q_A	Q_B	Q_C
0	4	10	15	2	2	3
1	6	11	20	5	1	3
2	5	12	25	4	1	2

a) Obtener los índices de precios y de cantidades de Paasche, de Laspeyres y de Fisher para estos tres períodos considerando como referencia el periodo 0.

b) Obtener los índices de valor.

Solución:

Índices ponderados de PRECIOS:

Laspeyres: $L_P = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\cdot q_{i0}}\,.\,100$ Paasche: $P_P = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\cdot q_{it}}\,.\,100$ Fisher: $F_P = \sqrt{L_P\,.\,P_P}$

$$L_{P\,0}^{\,1} = \frac{6\times 2 + 11\times 2 + 20\times 3}{4\times 2 + 10\times 2 + 15\times 3}\times 100 = \frac{94}{73}\times 100 = 128{,}77$$

$$L_{P\,0}^{\,2} = \frac{5\times 2 + 12\times 2 + 25\times 3}{4\times 2 + 10\times 2 + 15\times 3}\times 100 = \frac{109}{73}\times 100 = 149{,}32$$

$$P_{P\,0}^{\,1} = \frac{6\times 5 + 11\times 1 + 20\times 3}{4\times 5 + 10\times 1 + 15\times 3}\times 100 = \frac{101}{75}\times 100 = 134{,}67$$

$$P_{P\,0}^{\,2} = \frac{5\times 4 + 12\times 1 + 25\times 2}{4\times 4 + 10\times 1 + 15\times 2}\times 100 = \frac{82}{56}\times 100 = 146{,}43$$

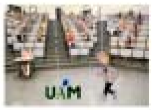
$$F_{P\,0}^{\,1} = \sqrt{L_{P\,0}^{\,1}\,.\,P_{P\,0}^{\,1}} = \sqrt{128{,}77\times 134{,}67} = 131{,}69$$

$$F_{P\,0}^{\,2} = \sqrt{L_{P\,0}^{\,2}\,.\,P_{P\,0}^{\,2}} = \sqrt{149{,}32\times 146{,}43} = 147{,}87$$

Índices ponderados de CANTIDADES:

Laspeyres: $L_Q = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{it}\cdot p_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0}\cdot p_{i0}}\,.\,100$ Paasche: $P_Q = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{it}\cdot p_{it}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0}\cdot p_{it}}\,.\,100$ Fisher: $F_Q = \sqrt{L_Q\,.\,P_Q}$

$$L_{Q\,0}^{\,1} = \frac{5\times 4 + 1\times 10 + 3\times 15}{2\times 4 + 2\times 10 + 3\times 15}\times 100 = \frac{75}{73}\times 100 = 102{,}74$$



$$L_{Q\,0}^{\;2} = \frac{4 \times 4 + 1 \times 10 + 2 \times 15}{2 \times 4 + 2 \times 10 + 3 \times 15} \times 100 = \frac{56}{73} \times 100 = 76{,}71$$

$$P_{Q\,0}^{\;1} = \frac{5 \times 6 + 1 \times 11 + 3 \times 20}{2 \times 6 + 2 \times 11 + 3 \times 20} \times 100 = \frac{101}{94} \times 100 = 107{,}45$$

$$P_{Q\,0}^{\;2} = \frac{4 \times 5 + 1 \times 12 + 2 \times 25}{2 \times 5 + 2 \times 12 + 3 \times 25} \times 100 = \frac{82}{109} \times 100 = 75{,}23$$

$$F_{P\,0}^{\;1} = \sqrt{L_{P\,0}^{\;1} \, . \, P_{P\,0}^{\;1}} = \sqrt{102{,}74 \times 107{,}45} = 105{,}07$$

$$F_{P\,0}^{\;2} = \sqrt{L_{P\,0}^{\;2} \, . \, P_{P\,0}^{\;2}} = \sqrt{76{,}71 \times 75{,}23} = 75{,}97$$

b) Índice de Valor: Evolución del valor de la serie a precios constantes (se deflactan los valores en precios corrientes)

$$IV_0^t = \frac{V_t}{V_0} . 100 = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \, . \, q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \, . \, q_{i0}} . 100$$

$$IV_0^1 = \frac{6 \times 5 + 11 \times 1 + 20 \times 3}{4 \times 2 + 10 \times 2 + 15 \times 3} \times 100 = \frac{101}{73} \times 100 = 138{,}36$$

$$IV_0^2 = \frac{5 \times 4 + 12 \times 1 + 25 \times 2}{4 \times 2 + 10 \times 2 + 15 \times 3} \times 100 = \frac{82}{73} \times 100 = 112{,}33$$

	Índices Precios			Índices Cantidades			Índices Valor
Año	L_p	P_p	F_p	L_q	P_q	F_q	IV
0	100	100	100	100	100	100	100
1	128,77	134,67	131,69	102,74	107,45	105,07	138,36
2	149,32	146,43	147,87	76,71	75,23	75,97	112,33

I16 Un grupo de estudiantes decide estudiar la evolución de los precios de tres artículos que consumen en sus tiempos de ocio: discoteca, cine, conciertos. Para ello estudian a lo largo de dos años el precio de las entradas (P_i) en euros y el número de veces que asisten a lo largo de un año (Q_i). Los resultados se recogen en la tabla:

	discoteca		cine		conciertos	
Año	P_i	Q_i	P_i	Q_i	P_i	Q_i
2010	12	25	5	70	30	10
2011	15	30	6	80	40	25

Obtenga los índices de precios y cantidades de Laspeyres, Paasche y Fisher tomando como base el periodo 2010.

Solución:

Índices ponderados de PRECIOS:

Laspeyres: $L_P = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{i0}} . 100$ Paasche: $P_P = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{it}} . 100$ Fisher: $F_P = \sqrt{L_P \, . \, P_P}$

$$L_{P\,10}^{\,11} = \frac{15 \times 25 + 6 \times 70 + 40 \times 10}{12 \times 25 + 5 \times 70 + 30 \times 10} \times 100 = \frac{1195}{950} \times 100 = 125,79$$

$$P_{P\,10}^{\,11} = \frac{15 \times 30 + 6 \times 80 + 40 \times 25}{12 \times 30 + 5 \times 80 + 30 \times 25} \times 100 = \frac{1930}{1510} \times 100 = 127,81$$

$$F_{P\,10}^{\,11} = \sqrt{L_{P\,10}^{\,11} \, . \, P_{P\,10}^{\,11}} = \sqrt{125,79 \times 127,81} = 126,80$$

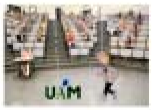
Índices ponderados de CANTIDADES:

Laspeyres: $L_Q = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{it} \cdot p_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} \cdot p_{i0}} . 100$ Paasche: $P_Q = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{it} \cdot p_{it}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} \cdot p_{it}} . 100$ Fisher: $F_Q = \sqrt{L_Q \, . \, P_Q}$

$$L_{Q\,10}^{\,11} = \frac{30 \times 12 + 80 \times 5 + 25 \times 30}{25 \times 12 + 70 \times 5 + 10 \times 30} \times 100 = \frac{1510}{950} \times 100 = 158,95$$

$$P_{Q\,10}^{\,11} = \frac{30 \times 15 + 80 \times 6 + 25 \times 40}{25 \times 15 + 70 \times 6 + 10 \times 40} \times 100 = \frac{1930}{1195} \times 100 = 161,51$$

$$F_{Q\,10}^{\,11} = \sqrt{L_{Q\,10}^{\,11} \, . \, P_{Q\,10}^{\,11}} = \sqrt{158,95 \times 161,51} = 160,22$$



	Índices Precios			Índices Cantidades		
Año	L_p	P_p	F_p	L_q	P_q	F_q
2010	100	100	100	100	100	100
2011	125,79	127,81	126,80	158,95	161,51	160,22

I_{17} Antonio alquiló un local el 1 de enero de 2010 por 3000 euros mensuales, impuestos no incluidos. La revisión del alquiler se efectúa según los valores del IPC. Dispone de dos tablas con información sobre el IPC de cada año. (Base 2005=100).

Mes de enero	2010	2011	2012
IPC %	128,712	133,413	138,34

Antonio quiere saber cuál será la renta que tendrá que pagar en 2013 si la previsión del IPC para enero de 2013 está en 1,8% de incremento sobre el año el mes de enero del año 2012.

Solución:

$$IPC_{2013} = IPC_{2012} \times (1{,}018) = 138{,}34 \times (1{,}018) = 140{,}83$$

Mes de enero	2010	2011	2012	2013
IPC %	128,712	133,413	138,34	140,83
Incremento IPC %		$[(133{,}413 / 128{,}712) - 1] . 100 = 3{,}652$	$[(138{,}34 / 133{,}413) - 1] . 100 = 3{,}693$	1,8
Alquiler	3000 €	$3000 \times 1{,}03652 = 3109{,}56$ ∈	$3109{,}56 \times 1{,}03693 = 3224{,}40$ ∈	3282,44 €

Antonio tiene que pagar en el 2013 una renta de 3282,44 euros.

I_{18} Se conoce la información sobre la evolución de precios de los bienes y servicios consumidos por un estudiante. Rellenar el siguiente cuadro con las cantidades correspondientes.

AÑO	Índice General	Índice cafetería	Índice transporte	Índice ocio	Índice otros
2010		149 %	157 %	133 %	142 %
2011		160 %	165 %	143 %	
Ponderación	100 %	15 %	35 %		20 %
Variación porcentaje					4,225 %

Solución:

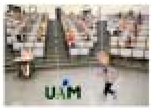
AÑO	Índice General	Índice cafetería	Índice transporte	Índice ocio	Índice otros
2010	145,6 %	149 %	157 %	133 %	142 %
2011	154,25 %	160 %	165 %	143 %	142 x 1,04225 = 148 %
Ponderación	100 %	15 %	35 %	100 % - 70 % = 30 %	20 %
Variación porcentaje	5,941	7,383	5,096	[(143/133) - 1].100 = = 7,519	4,225 %

% Tasa de variación: $TV_t^{t+1} = \left[\dfrac{I_{t+1}}{I_t} - 1\right].100$ Repercusión: $R_i = \text{Tasa variación} \times \text{Ponderación}$

El Índice General es como un IPC para el estudiante, un Índice de Laspeyres, denotando por I_i los índices de cada grupo y w_i las ponderaciones de cada bien o servicio:

$$L_P^{2010} = \frac{\sum_{i=1}^{4} I_i . w_i}{\sum_{i=1}^{4} w_i} = \frac{149 \times 15 + 157 \times 35 + 133 \times 30 + 142 \times 20}{15 + 35 + 30 + 20} = 145,6$$

$$L_P^{2011} = \frac{\sum_{i=1}^{4} I_i . w_i}{\sum_{i=1}^{4} w_i} = \frac{160 \times 15 + 165 \times 35 + 143 \times 30 + 148 \times 20}{15 + 35 + 30 + 20} = 154,25$$



I19 En la elaboración de un índice de precios, en un determinado período, se decide cambiar la base cortándose la serie en dicho período. Enlace las dos series de manera que se obtenga una serie completa en base 100% en 2008.

Año	Índice base 2005=100	Índice base 2008=100
2005	100 %	
2006	120 %	
2007	150 %	
2008	180 %	100 %
2009		110 %
2010		133 %
2011		150 %

Solución:

Año	Índice base 2005=100	Índice base 2008=100
2005	100 %	55,56 %
2006	120 %	66,67 %
2007	150 %	83,33 %
2008	180 %	100 %
2009	198 %	110 %
2010	239,4 %	133 %
2011	270 %	150 %

Coeficiente enlace 2008: $\frac{100}{180} = 0,5556$

Coeficiente enlace 2005: $\frac{180}{100} = 1,8$

I_{20} En cierto país el salario medio por hora, en unidades monetarias corrientes, de los trabajadores de un determinado sector productivo y los índices de precio de consumo a lo largo de los seis últimos años:

Años	Salario/hora €	Índice de precios (2000 = 100)
2006	5,2	144
2007	5,8	166
2008	6	179
2009	6,3	194
2010	6,4	204
2011	8,4	209

a) Calcule los índices de precios con base 2006.

b) Exprese el salario en unidades monetarias constantes de 2007.

c) ¿Cuáles fueron las variaciones anuales del salario en términos corrientes durante estos años?

d) ¿Cuáles fueron las variaciones anuales del salario en términos reales durante estos años?

e) Calcule la tasa media anual acumulativa de los salarios en términos nominales y reales.

Solución:

a)

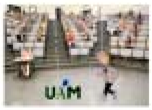
Años	Salario/hora €	Índice de precios (2000 = 100)	Índice de precios (2006=100) (0,69445) x base 2000
2006	5,2	144	100
2007	5,8	166	115,28
2008	6	179	124,31
2009	6,3	194	134,72
2010	6,4	204	141,67
2011	8,4	209	145,14

Coeficiente de enlace base 2006: $k = 100 / 144 = 0,69445$

b y c) Tasas de variación interanual del salario en términos constantes y reales:

$$TV_{i-1}^{i} = \frac{\text{salario}_i}{\text{salario}_{i-1}} - 1 = \left[I_{i-1}^{i} - 1 \right]$$

Años	Salario	Índice de precios (2006 = 100)	Salarios constantes (Salario / IPC_{2006}).100	Tasa variación relativa (Incremento nominal) TV_{i-1}^{i}	Tasa variación relativa real (Incremento real) - Deflactada $[TV_{i-1}^{i}]$ constantes
2006	5,2	100	5,2		
2007	5,8	115,28	5,03	(5,8/5,2) - 1 = 0,11538	(5,03/5,2) - 1 = - 0,03269
2008	6	124,31	4,83	(6/5,8) - 1 = 0,03448	(4,83/5,03) - 1 = - 0,03976
2009	6,3	134,72	4,68	(6,3/6) - 1 = 0,00500	(4,68/4,83) - 1 = - 0,03106
2010	6,4	141,67	4,52	(6,4/6,3) - 1 = 0,01587	(4,52/4,68) - 1 = - 0,03419
2011	8,4	145,14	5,79	(8,4/6,4) - 1 = 0,31250	(5,79/4,52) - 1 = 0,28097



d) Tasa de variación media anual (TVM) de los salarios en términos nominales y reales:

Tasa variación media anual: $\quad TVM_0^t = \sqrt[t]{\prod_{i=1}^{t} (TV_{i-1}^{i} + 1)} - 1$

Años	Salario	Tasa variación nominal TV_{i-1}^{i}	Tasa variación real $[TV_{i-1}^{i}]_{\text{constantes}}$	$TV_{i-1}^{i} + 1$	$[TV_{i-1}^{i}]_{\text{constantes}} + 1$
2006	5,2				
2007	5,8	0,11538	- 0,03269	1,11538	0,96731
2008	6,0	0,03448	- 0,03976	1,03448	0,96024
2009	6,3	0,05000	- 0,03106	1,05000	0,96894
2010	6,4	0,01587	- 0,03419	1,01587	0,96581
2011	8,4	0,31250	0,28097	1,31250	1,28097
			$\prod_{i=1}^{5} (TV_{i-1}^{i} + 1)$	1,61537	1,11346
			$\sqrt[5]{\prod_{i=1}^{5} (TV_{i-1}^{i} + 1)}$	1,10066	1,02173
			$TVM_{2006}^{2011} = \sqrt[5]{\prod_{i=1}^{5} (TV_{i-1}^{i} + 1)} - 1$	0,10066	0,02173

e) Tasa variación media anual de salarios nominales: 10,07 %

Tasa variación media anual de salarios reales: 2,173 %

Universidad Autónoma de Madrid

I_{21} El conjunto de bienes de consumo se ha clasificado en tres grupos. Los precios y cantidades de cada grupo, para cuatro años son las siguientes:

	Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3	
Año	P_1	Q_1	P_2	Q_2	P_3	Q_3
2008	3	5	7	3	8	4
2009	4	7	9	8	10	10
2010	5	8	6	4	8	8
2011	6	5	7	7	10	10

Calcular:

a) Los índices de precios de Paasche, con base en el año 2008.

b) Dados los salarios monetarios:

Año 2008:	Año 2009:	Año 2010:	Año 2011:
120 u.m.	140 u.m.	180 u.m.	200 u.m.

Exprese dichos salarios en unidades monetarias del año 2008.

Solución:

a) Índices ponderados de PRECIOS de PAASCHE: $P_P = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{it}} . 100$

$$P_{P\,08}^{\,09} = \frac{4 \times 7 + 9 \times 8 + 10 \times 10}{3 \times 7 + 7 \times 8 + 8 \times 10} \times 100 = \frac{200}{157} \times 100 = 127{,}39$$

$$P_{P\,08}^{\,10} = \frac{5 \times 8 + 6 \times 4 + 8 \times 8}{3 \times 8 + 7 \times 4 + 8 \times 8} \times 100 = \frac{128}{116} \times 100 = 110{,}34$$

$$P_{P\,08}^{\,11} = \frac{6 \times 5 + 7 \times 7 + 10 \times 10}{3 \times 5 + 7 \times 7 + 8 \times 10} \times 100 = \frac{179}{144} \times 100 = 124{,}31$$

b) Salarios en unidades monetarias de 2008:

Año	Índice Precios Paasche (2008 = 100)	Salarios	Salarios constantes (Salarios/P_p) x 100
2008	100	120	[120 /100] . 100 = 120
2009	127,39	140	[140/127,39] . 100 = 109,91
2010	110,34	180	[180/110,34] . 100 = 163,13
2011	124,31	200	[200/124,31] . 100 = 160,90

I_{22} En la siguiente tabla se observa la evolución de la inversión de una persona en dos fondos distintos, uno de renta fija, y otro de renta variable (en euros corrientes). La inversión inicial en los fondos fue de 5.000 y 8.000 euros, en 2004.

	Fondo Renta Fija	Fondo Renta Variable	IPC (2004=100%)	IPC (2007=100%)
2004	5.000,00	8.000,00	100,0%	
2005	5.250,00	8.640,00	103,7%	
2006	5.617,50	9.417,60	106,5%	
2007	6.123,08	10.076,83	111,0%	100,0%
2008	6.796,61	9.572,99		102,4%
2009	4.757,63	5.743,79		105,5%

a) ¿Cuál ha sido la tasa de variación media anual de su inversión entre 2004 y 2009 en cada uno de los fondos, a precios corrientes?

b) Complete la serie del IPC base 2004 y 2007 para todos los años.

c) Calcule el IPC base con base 100% en el año 2009.

d) Deflacte ambas series temporales, poniéndolas en euros constantes de 2009.

e) ¿Cuál ha sido la tasa de variación media anual de su inversión entre 2004 y 2009 en cada uno de los fondos, a precios constantes de 2009?

f) ¿Cuál ha sido la tasa de variación media anual del IPC entre 2004 y 2009?

Solución:

a) Tasa variación media anual Fondo Renta Fija entre 2004/2009, a precios corrientes:

$$t_{m\,0}^{\,t} = \sqrt[t]{1+t_0^t} - 1 = \sqrt[t]{I_0^t} - 1 \;\rightarrow\; t_{m\,04}^{\,09} = \sqrt[5]{I_{04}^{09}} - 1 = \sqrt[5]{\frac{4753,63}{5000}} - 1 = -0,0099 \quad (-\,0,99\%)$$

precios corrientes

Tasa variación media anual Fondo Renta Variable entre 2004/2009, a precios corrientes:

$$t_{m\,0}^{\,t} = \sqrt[t]{I_0^t} - 1 \;\rightarrow\; t_{m\,04}^{\,09} = \sqrt[5]{I_{04}^{09}} - 1 = \sqrt[5]{\frac{5743,79}{8000}} - 1 = -0,0641 \quad (-6,41\%)$$ precios corrientes

b - c) Para completar la tabla dada:

	Fondo Renta Fija	Fondo Renta Variable	IPC (2004=1)	IPC (2007=1)	IPC (2009=1)
2004	5000,00	8000,00	100,0%	100/1,11 90,1%	100/117,1 85,4%
2005	5250,00	8640,00	103,7%	103,7/1,11 93,4%	103,7 x 0,854 88,6%
2006	5617,50	9417,60	106,5%	106,5/1,11 96,0%	106,5 x 0,854 91,0%
2007	6123,08	10076,83	111,0%	100,0%	111 x 0,854 94,8%
2008	6796,61	9572,99	111 x 1,024 113,6%	102,4%	113,6 x 0,854 97%
2009	4757,63	5743,79	111 x 1,055 117,1%	105,5%	117,1 x 0,854 100,0%

d) Para deflactar ambas series temporales, en euros constantes de 2009, los valores en euros corrientes de cada serie se dividen por el IPC base 2009

	Fondo Renta Fija	Fondo Renta Variable
2004	5000 / 0,854 5854,80	8000 / 0,854 9367,68
2005	5250 / 0,886 5925,51	8640 / 0,886 9751,69
2006	6173,08 / 0,91 6783,60	9417,60 / 0,91 10349,01
2007	6123,08 / 0,948 6458,95	10076,83 / 0,948 10629,57
2008	6796,61 / 0,97 7006,82	9572,99 / 0,97 9869,06
2009	4757,63 / 1 4757,63	5743,79 / 1 5743,79

e) La tasa de variación media anual de la inversión entre 2004 y 2009 en cada uno de los fondos, a precios constantes de 2009 será:

Tasa variación media anual Fondo Renta Fija entre 2004/2009, a precios constantes de 2009:

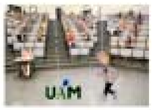
$$t_{m\,0}^{\,t} = \sqrt[t]{1+t_0^t} - 1 = \sqrt[t]{I_0^t} - 1 \rightarrow t_{m\,04}^{\,09} = \sqrt[5]{I_{04}^{09}} - 1 = \sqrt[5]{\frac{4757,63}{5854,80}} - 1 = -0,04065 \quad (-4,06\%)$$

precios constantes

Tasa variación media anual Fondo Renta Variable entre 2004/2009, a precios constantes de 2009:

$$t_{m\,0}^{\,t} = \sqrt[t]{I_0^t} - 1 \rightarrow t_{m\,04}^{\,09} = \sqrt[5]{I_{04}^{09}} - 1 = \sqrt[5]{\frac{5743,79}{9367,68}} - 1 = -0,0932 \quad (-9,32\%)$$ precios

constantes



f) La tasa de variación media anual del IPC entre 2004 y 2009:

$$tm_{IPC\,0}^{\;\;t} = \sqrt[t]{I_0^t} - 1 \;\rightarrow\; tm_{IPC\,04}^{\;\;09} = \sqrt[5]{I_{04}^{09}} - 1 = \sqrt[5]{\frac{117,1}{100}} - 1 = 0,0320 \quad (3,20\%)$$

I_{23} Una empresa que produce tres variedades de aceite, sabe que en 2007 el valor de la producción de las variedades A, B y C fueron 100, 120 y 60 unidades monetarias, respectivamente. Por otro lado, las cantidades producidas (en miles de hectolitros) de cada variedad en el período 2007-2010 fueron:

	q_A	q_B	q_C
2007	40	50	60
2008	30	100	130
2009	60	110	150
2010	65	120	190

Calcule:

a) Los números índices cuánticos de Laspeyres con base 2007, para los años 2008, 2009 y 2010.

b) Las variaciones relativas interanuales de la producción.

c) La tasa de variación media anual de la producción para el período 2007-2010.

Solución:

a) Índice cuántico de Laspeyres: $L_{Q_{i0}^{it}} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{it} \cdot p_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} \cdot p_{i0}} \cdot 100$.

Por otra parte, se conoce el valor añadido bruto para el 2007: $\sum_{i=1}^{3} q_{07} \cdot p_{07} = 100 + 120 + 60 = 280$.

Como dan las producciones anuales para cada variedad, solo falta conocer los precios de cada variedad en el 2007, tarea que resulta sencilla al saber el valor añadido:

$$V_{A_{07}} = p_{A_{07}} \cdot q_{A_{07}} \;\rightarrow\; 100 = p_{A_{07}} \times 40 \;\rightarrow\; p_{A_{07}} = 2,5$$

$$V_{B_{07}} = p_{B_{07}} \cdot q_{B_{07}} \;\rightarrow\; 120 = p_{B_{07}} \times 50 \;\rightarrow\; p_{B_{07}} = 2,4$$

$$V_{C_{07}} = p_{C_{07}} \cdot q_{C_{07}} \;\rightarrow\; 60 = p_{C_{07}} \times 60 \;\rightarrow\; p_{C_{07}} = 1$$

Por tanto,

	2007		2008	2009	2010
	q_{07}	p_{07}	q_{08}	q_{09}	q_{10}
A	40	2,5	30	60	65
B	50	2,4	100	110	120
C	60	1	130	150	190

$$\sum_{i=1}^{3} q_{07} \cdot p_{07} = 100 + 120 + 60 = 280$$

$$L_{Q_{07}^{08}} = \frac{\sum_{i=1}^{3} q_{08} \cdot p_{07}}{\sum_{i=1}^{3} q_{07} \cdot p_{07}} \,.\, 100 = \frac{30 \times 2,5 + 100 \times 2,4 + 130 \times 1}{280} \times 100 = 158,93$$

$$L_{Q_{07}^{09}} = \frac{\sum_{i=1}^{3} q_{09} \cdot p_{07}}{\sum_{i=1}^{3} q_{07} \cdot p_{07}} \,.\, 100 = \frac{60 \times 2,5 + 110 \times 2,4 + 150 \times 1}{280} \times 100 = 201,43$$

$$L_{Q_{07}^{10}} = \frac{\sum_{i=1}^{3} q_{10} \cdot p_{07}}{\sum_{i=1}^{3} q_{07} \cdot p_{07}} \,.\, 100 = \frac{65 \times 2,5 + 120 \times 2,4 + 190 \times 1}{280} \times 100 = 228,75$$

b) Las variaciones relativas anuales de la producción

Años	Índice Laspeyres	Tasa de variación
2007	100	
2008	158,93	0,5893
2009	201,43	0,2674
2010	228,75	0,1356

La tasa de variación de la producción (tanto por uno) en 2007-2010, con el índice de Laspeyres como índice deflactor, viene dada por la relación:

$$t_{Q_{07}^{08}} = \frac{L_{Q_{07}^{08}}}{L_{Q_{07}^{07}}} - 1 = 1,5893 - 1 = 0,5893$$

$$t_{Q_{08}^{09}} = \frac{L_{Q_{07}^{09}}}{L_{Q_{07}^{08}}} - 1 = \frac{2,0143}{1,5893} - 1 = 0,2674 \qquad t_{Q_{09}^{10}} = \frac{L_{Q_{07}^{10}}}{L_{Q_{07}^{09}}} - 1 = \frac{2,2875}{2,0143} - 1 = 0,1356$$

c) La tasa media anual de variación de la producción para el período 2007-2010

$$(1 + t_{m\,07}^{\;10})^3 = L_{Q_{07}^{10}} \rightarrow t_{m\,07}^{\;10} = \sqrt[3]{2,2875} - 1 = 0,3176$$

Oposiciones INE Estadísticos Facultativos

Las empresas del sector informático de cierta región facturaron durante los años 2001, 2002 y 2003 las cantidades que se indican y a los precios que figuran en la tabla adjunta.

		Ordenadores de sobremesa		Ordenadores portátiles				
t	Año	p_{1t}	q_{1t}	p_{2t}	q_{2t}	$\sum_{i=1}^{2} p_{it} \cdot q_{i0}$	$\sum_{i=1}^{2} p_{i0} \cdot q_{it}$	$\sum_{i=1}^{2} p_{it} \cdot q_{it}$
0	2001	750	30	1100	15	39000	39000	39000
1	2002	805	31	1150	20	41400	45250	47955
3	2003	820	40	1175	25	42225	57500	62175

Nota: p_{it} y q_{it} denotan precios (en euros) y cantidad vendida, respectivamente, del producto i en el período de tiempo t.

a) Construir, con base 2001, los índices de precios y cantidades de Laspeyres, Paasche y Fischer para el año 2002.

b) Calcular, con base 2001, el índice de valor para el año 2002 a partir de los índices anteriores.

c) Hallar la repercusión de los ordenadores portátiles en la variación del índice de precios de Laspeyres entre los años 2002 y 2003. Conocemos que la ponderación de los ordenadores portátiles es de 42,31% y es constante en el tiempo.

Solución:

$$L_{P\,2001}^{2002} = \frac{\sum_{i=1}^{2} p_{i\,02} \cdot q_{i\,01}}{\sum_{i=1}^{2} p_{i\,01} \cdot q_{i\,01}} \,.\, 100 = \frac{41400}{39000} \times 100 = 106,15$$

$$L_{Q\,2001}^{2002} = \frac{\sum_{i=1}^{2} p_{i\,01} \cdot q_{i\,02}}{\sum_{i=1}^{2} p_{i\,01} \cdot q_{i\,01}} \,.\, 100 = \frac{45250}{39000} \times 100 = 116,02$$

$$P_{P\,2001}^{2002} = \frac{\sum_{i=1}^{2} p_{i\,02} \cdot q_{i\,02}}{\sum_{i=1}^{2} p_{i\,01} \cdot q_{i\,02}} \,.\, 100 = \frac{47955}{45250} \times 100 = 105,97$$

$$P_{Q\,2001}^{2002} = \frac{\sum_{i=1}^{2} p_{i\,02} \cdot q_{i\,02}}{\sum_{i=1}^{2} p_{i\,02} \cdot q_{i\,01}} \,.\, 100 = \frac{47955}{41400} \times 100 = 115,83$$

$$F_{P\,2001}^{\,2002} = \sqrt{L_{P\,2001}^{\,2002}\,.\,P_{P\,2001}^{\,2002}} = \sqrt{106{,}15 \times 105{,}97} = 106{,}05$$

$$F_{Q\,2001}^{\,2002} = \sqrt{L_{Q\,2001}^{\,2002}\,.\,P_{Q\,2001}^{\,2002}} = \sqrt{116{,}02 \times 115{,}83} = 115{,}92$$

Partiendo de los índices calculados, el índice de valor para el año 2002 se puede calcular utilizando cualquiera de los productos:

$$IV_{2001}^{2002} = L_{P\,2001}^{\,2002}\,.\,P_{Q\,2001}^{\,2002} = L_{Q\,2001}^{\,2002}\,.\,P_{P\,2001}^{\,2002} = F_{P\,2001}^{\,2002}\,.\,F_{Q\,2001}^{\,2002} = 106{,}05 \times 115{,}92 = 122{,}9$$

O también, $$IV_{2001}^{2002} = \frac{V_{2002}}{V_{2001}}\,.\,100 = \frac{\sum_{i=1}^{2} p_{i02}\,.\,q_{i02}}{\sum_{i=1}^{2} p_{i01}\,.\,q_{i01}}\,.\,100 = \frac{47955}{39000}\,.\,100 = 122{,}97$$

La repercusión de los ordenadores portátiles en la variación del índice de precios de Laspeyres viene dada por la expresión:

$$I_{\text{Portátiles}\,2001}^{\,2002} = \frac{1150}{1100} \times 100 = 104{,}55 \qquad I_{\text{Portátiles}\,2001}^{\,2003} = \frac{1175}{1100} \times 100 = 106{,}82$$

Entre los años 2002 y 2003, el incremento $\Delta I_{\text{Portátiles}}^{\,2002-2003} = 106{,}82 - 104{,}55 = 2{,}27$

Repercusión de portátiles: $R_{\text{Portátiles}} = \Delta I_{\text{Portátiles}}^{\,2002-2003}\,.\,w_{\text{Portátiles}} = 2{,}27 \times 42{,}31 = 96{,}04\%$

En la tabla adjunta se recogen los datos de la evolución de los precios de un producto entre 2013 y 2017, así como el valor del IPC de esa economía.

A partir de los mismos, se pide:

Datos de la evolución de los precios y del IPC

Año	Precio venta	IPC media anual
2013	114,23	100,859
2014	119,87	100,707
2015	125,03	100,203
2016	129,31	100,000
2017	135,12	101,956

a) Obtener la serie del IPC para todo el periodo señalado, tomando como año base 2013 = 100.

b) Calcular la serie de precios de venta del artículo, expresados en euros de 2013.

c) Calcular las variaciones anuales experimentadas en el precio en términos corrientes del artículo y compare su evolución respecto a la variación de los precios en términos constantes.

d) Calcular el precio de venta del artículo previsto para el año 2020 suponiendo que la variación experimentada en el año 2016 - 2017 se mantuviera constante en los siguientes años.

Solución:

a) Para el cálculo de la serie del IPC tomando como año base 2013, para cada año se divide el valor del índice entre el valor del índice en el periodo base (100,859) y se multiplica por 100. Se expone en la primera columna de la tabla posterior.

b) Para el cálculo de la serie de precios de venta del artículo expresados en euros de 2013, se divide el valor del precio de venta en cada año entre el índice en base 2013 calculado en la primera columna.

Año	IPC Base 2013	Precio venta euros 2013
2013	$100,859 \times \dfrac{100}{100,859} = 100$	$114,23 \times \dfrac{100}{100} = 114,23$
2014	$100,707 \times \dfrac{100}{100,859} = 99,84$	$119,87 \times \dfrac{100}{99,84} = 120,06$
2015	$100,203 \times \dfrac{100}{100,859} = 99,34$	$125,03 \times \dfrac{100}{99,34} = 125,86$
2016	$100,000 \times \dfrac{100}{100,859} = 99,14$	$129,31 \times \dfrac{100}{99,14} = 130,43$
2017	$101,956 \times \dfrac{100}{100,859} = 101,08$	$135,12 \times \dfrac{100}{101,08} = 133,66$

c) Se calculan las variaciones anuales del precio en términos corrientes y constantes.

Año	Precios términos corrientes	Precios términos constantes
TVI_{2013}^{2014}	$\left(\frac{119,87}{114,23} - 1\right) \times 100 = 4,93\,\%$	$\left(\frac{120,06}{114,23} - 1\right) \times 100 = 5,10\,\%$
TVI_{2014}^{2015}	$\left(\frac{125,03}{119,87} - 1\right) \times 100 = 4,30\,\%$	$\left(\frac{125,86}{120,06} - 1\right) \times 100 = 4,83\,\%$
TVI_{2015}^{2016}	$\left(\frac{129,31}{125,03} - 1\right) \times 100 = 3,42\,\%$	$\left(\frac{130,43}{125,86} - 1\right) \times 100 = 3,63\,\%$
TVI_{2016}^{2017}	$\left(\frac{135,12}{129,31} - 1\right) \times 100 = 4,49\,\%$	$\left(\frac{133,66}{130,43} - 1\right) \times 100 = 2,48\,\%$

d) Para calcular el precio de venta del artículo para el año 2020, suponiendo que la variación en el año 2016 - 2017 se mantuviera constante en los siguientes años, hay que aplicar la tasa de variación de 2016 - 2017 reiteradamente a cada uno de los años hasta llegar a 2020 (3 años).

$$P_{2020} = P_{2017} \times \left(1 + TVI_{2016}^{2017}\right)^3 = 135,12 \times \left(1 + 0,0449\right)^3 = 154,15$$

En consecuencia, $TVP_{2017}^{2020} = \dfrac{154,15 - 135,12}{135,12} = 0,1408$ (aumento total del 14,08 %)

La siguiente tabla se refiere a la población de un país contabilizada a 1 de julio.

Edad	Población residente a 1 de Julio	Nacimientos por edad de la madre	Defunciones
0	551	0	4
1 - 9	5.461	0	3
10 - 19	5.187	22	1
20 - 29	5.945	230	0
30 - 39	6.376	135	2
40 - 49	5.880	18	9
50 y más	10.600	0	230

Calcule:

1. La tasa bruta de natalidad, sabiendo que 5 nacimientos fueron de madres no residentes, todas ellas de más de 30 años.

2. La tasa específica de mortalidad de menores de 1 año.

3. La tasa de mortalidad infantil.

4. La tasa específica de fecundidad de las mujeres de 20 a 29 años, dada una razón de masculinidad del 103 para ese intervalo.

Solución:

1. La Tasa Bruta de Natalidad se define como el cociente entre el total de nacimientos registrados durante un cierto año de mujeres residentes de un determinado ámbito y la población media de ese ámbito en dicho periodo. Se suele expresar por mil habitantes.
En este caso, sobre el total de nacidos vivos hay que restar 5 nacimientos que fueron de madres no residentes.

$$TB\,N^t = \frac{N^t}{P^t_{media}} \times 1.000 = \frac{22 + 230 + 135 + 18 - 5}{551 + 5.461 + 5.187 + 5.945 + 6.376 + 5.880 + 10.600} \times 1.000 = 10\,‰$$

2. La Tasa Específica de Mortalidad de menores de 1 año se calcula como el cociente entre el total de defunciones de residentes menores de 1 año registradas durante un cierto año y la población media de menores de 1 año. Se suele expresar por mil habitantes.

$$TE\,M^t_{<1} = \frac{D^t_{<1}}{P^t_{<1}} \times 1.000 = \frac{4}{551} \times 1.000 = 7,259\,‰$$

3. La Tasa de Mortalidad Infantil se obtiene como el cociente entre el total de defunciones de residentes menores de 1 año registradas durante cierto año y el total de nacidos vivos de madre residente en ese año determinado. Se suele expresar por mil nacimientos.
En este caso, sobre el total de nacidos vivos hay que restar 5 nacimientos que fueron de madres no residentes.

$$TMI^t = \frac{D^t_{<1}}{NV^t} \times 1.000 = \frac{4}{22 + 230 + 135 + 18 - 5} \times 1.000 = 10\ ‰$$

4. La Tasa Específica de Fecundidad de las mujeres de 20 a 29 años se obtiene como el cociente entre el número de nacimientos de mujeres residentes en un determinado ámbito durante un cierto año y el total de mujeres de dicho colectivo poblacional en ese año y ese ámbito. Se suele expresar por mil mujeres.

$$TEF^t_{20-29} = \frac{N^t_{20-29}}{M^t_{20-29}} \times 1.000 = \frac{230}{M^t_{20-29}} \times 1.000$$

Es necesario conocer el número de mujeres de entre 20 y 29 años: $M^t_{20-29} = 5.945 - H^t_{20-29}$.

Siendo el total de la población en el rango 20 - 29 años de 5.945 y la razón de masculinidad de 103, utilizando la razón de masculinidad:

$$\text{Razón masculinidad}^t = \frac{\text{Población}^t_{\text{Hombres}}}{\text{Población}^t_{\text{Mujeres}}} \times 100 = \frac{\text{Población}^t_{\text{Hombres}}}{\text{Población}^t_{\text{Total}} - \text{Población}^t_{\text{Hombres}}} \times 100$$

$$103 = \frac{\text{Población}^t_{\text{Hombres}}}{\text{Población}^t_{\text{Total}} - \text{Población}^t_{\text{Hombres}}} \times 100 \quad \rightarrow$$

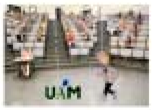
$$\rightarrow \quad 1{,}03 \times (\text{Población}^t_{\text{Total}} - \text{Población}^t_{\text{Hombres}}) = \text{Población}^t_{\text{Hombres}} \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 1{,}03 \times \text{Población}^t_{\text{Total}} = 2{,}03 \times \text{Población}^t_{\text{Hombres}}$$

$$\rightarrow \quad \text{Población}^t_{\text{Hombres}} = \frac{1{,}03}{2{,}03} \times \text{Población}^t_{\text{Total}} = \frac{1{,}03}{2{,}03} \times 5.945 = 3.016{,}43$$

$$M^t_{20-29} = 5.945 - 3.016{,}43 = 2.928{,}57$$

Finalmente: $TEF^t_{20-29} = \dfrac{N^t_{20-29}}{M^t_{20-29}} \times 1.000 = \dfrac{230}{2.928{,}57} \times 1.000 = 78{,}53\ ‰$



Considere la siguiente matriz de migración de las regiones A, B y C de un país en un año dado t.

	Región de residencia actual				
Región de nacimiento	A	B	C	Fuera de la región	TOTAL
A	10.359	53	74	127	10.613
B	100	8.250	22	79	8.451
C	88	15	9.750	94	9.947
Fuera de la región	250	48	69	------	------
En el extranjero	303	99	108	------	------
TOTAL	11.100	8.465	10.023	------	------

Calcule:

a) El índice de aloctonía de A.

b) La proporción de emigrantes de B.

c) La proporción de inmigrantes de C.

d) La tasa bruta de intercambio entre A y B.

e) La tasa neta de intercambio entre B y C.

f) El índice de compensación entre A y B.

Solución:

a) El índice de aloctonía de A se calcula como el cociente entre el número de no nativos en la región A en el año t y la población en la región A en el momento actual.

$$\text{Índice aloctonía}_A = \frac{\text{No nativos}_A}{\text{Población}_A^t} = \frac{11.100 - 10.359}{11.100} = 0{,}0667 \ \ (6{,}67\,\%)$$

El 6,67 % de la población de la región A no es nativa de la misma, sino que en algún momento de su vida inmigró a ella.

b) La proporción de emigrantes de B está relacionada con el número total de emigrantes de la región y la población en el momento inicial.

$$\text{Población}_{EB} = \frac{E_B}{\text{Población}_B^{t-n}} = \frac{8.451 - 8.250}{8.451} = 0{,}0237 \ \ (2{,}37\,\%)$$

El 2,37 % de la población de la región B emigra a lo largo del período.

c) La proporción de inmigrantes de la región C se refleja con la relación entre el número de personas inmigrantes y la población total de dicha región en el momento final del periodo de estudio.

$$\text{Población}_{IC} = \frac{I_C}{\text{Población}_C^t} = \frac{10.023 - 9.750}{10.023} = 0{,}0272 \ \ (2{,}72\,\%)$$

El 2,72 % de la población de la región C se origina por la inmigración.

d) Tasa Bruta Intercambio$_{AB}$ $\equiv$ $TB\,I_{AB} = \dfrac{M_{AB} + M_{BA}}{P_A + P_B} \times 1.000$

M_{AB} $\equiv$ Población que tenía residencia en A y ahora con residencia en B

M_{BA} $\equiv$ Población que tenía residencia en B y ahora con residencia en A

P_A $\equiv$ Población actual de la región A

P_B $\equiv$ Población actual de la región B

$$TB\,I_{AB} = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{P_A + P_B} \times 1.000 = \frac{53 + 100}{11.100 + 8.405} \times 1.000 = 7{,}82\ {}^0/_{00}$$

e) Tasa Neta Intercambio$_{BC}$ $\equiv$ $TN\,I_{BC} = \dfrac{M_{BC} - M_{CB}}{P_B + P_C} \times 1.000$

M_{BC} $\equiv$ Población que tenía residencia en B y ahora con residencia en C

M_{CB} $\equiv$ Población que tenía residencia en C y ahora con residencia en B

P_B $\equiv$ Población actual de la región B

P_C $\equiv$ Población actual de la región C

$$TN\,I_{BC} = \frac{M_{BC} - M_{CB}}{P_B + P_C} \times 1.000 = \frac{22 - 15}{8.465 + 10.023} \times 1.000 = 0{,}3786\ {}^0/_{00}$$

f) Índice de compensación$_{AB}$ $= \dfrac{\text{Saldo neto}}{\text{Migración bruta}} = \dfrac{M_{AB} - M_{BA}}{M_{AB} + M_{BA}}$

$$\text{Índice de compensación}_{AB} = \frac{M_{AB} - M_{BA}}{M_{AB} + M_{BA}} = \frac{53 - 100}{53 + 100} = -0{,}307$$

La región A pierde más población que la que recibe la región B.

En un país con dos regiones, A y B, se ha construido la siguiente matriz de migraciones (datos en número de personas), a partir de la información de los censos de 2001 y 2011.

Matriz de migraciones en las regiones A y B

Territorio de Residencia en 2001	Territorio de residencia en 2011		
	Región A	Región B	Total (A + B)
Región A	5.400.000	300.000	5.700.000
Región B	250.000	7.500.000	7.750.000
En el extranjero	80.000	100.000	180.000
No aplicable (*)	130.000	180.000	310.000
TOTAL	5.860.000	8.080.000	13.940.000

(*) : "No aplicable" recoge la población nacida en el periodo intercensal.

A partir de esa matriz, calcule:

a) El número total de emigrantes durante el periodo 2001 - 2011 y el número total de inmigrantes durante el periodo 2001 - 2011.

b) La proporción de emigración y la tasa de emigración de la región B durante el periodo 2001 - 2011.

c) El índice de atracción de la región B durante el periodo 2001 - 2011.

d) El saldo migratorio y las tasas de migración bruta y neta de la región B durante el periodo.

Solución:

a) Número total de emigrantes = Emigrantes de la región A + Emigrantes región B

$$M_{total} = M_{AB} + M_{BA} = 300.000 + 250.000 = 550.000$$

Número total de inmigrantes = Inmigrantes nacionales + Inmigrantes internacionales

$$M_{total} = M_{AB} + M_{BA} + \text{Extranjeros}_A + \text{Extranjeros}_B =$$

$$= 300.000 + 250.000 + 80.000 + 100.000 = 730.000$$

b) La proporción de emigración de la región B durante el período 2001 - 2011 es la relación entre el número de emigrantes de la región B y la población de origen al inicio del periodo.

$$PE_{\text{región B}} = \frac{E_B}{P_B^{t-n}} = \frac{250.000}{7.750.000} = 0,032$$

La tasa de emigración el cociente del número de emigrantes de la región B en el periodo 2001 - 2011 con la población media de dicha región durante dicho periodo.

$$te_{\text{región B}} = \frac{E_B}{n \cdot \dfrac{P_B^{t-n} + P_B^t}{2}} \times 1.000 = \frac{250.000}{10 \times \dfrac{7.750.000 + 8.080.000}{2}} \times 1.000 = 3,15\,\%$$

c) El índice de atracción de la región B durante el periodo 2001 - 2011 relaciona el número de inmigrantes de la región B con la población media de dicha región durante el periodo analizado.

$$I_{\text{región B}} = \frac{I_B}{n \cdot \dfrac{P_B^{t-n} + P_B^t}{2}} \times 1.000$$

Número total de inmigrantes = Inmigrantes nacionales + Inmigrantes internacionales

$$I_B = M_{AB} + \text{extranjeros}_B = 300.000 + 100.000 = 400.000$$

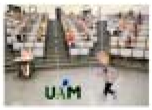
$$I_{\text{región B}} = \frac{I_B}{n \cdot \dfrac{P_B^{t-n} + P_B^t}{2}} \times 1.000 = \frac{400.000}{10 \times \dfrac{7.750.000 + 8.080.000}{2}} \times 1.000 = 5,05\,\%$$

d) Saldo migratorio y tasas de migración bruta y neta de la región B:

$$SM_B = I_B - E_B = 400.000 - 250.000 = 150.000$$

$$tmb_B = I_{\text{región B}} + te_{\text{región B}} = 5,05 + 3,15 = 8,2\,\%$$

$$tmn_B = I_{\text{región B}} - te_{\text{región B}} = 5,05 - 3,15 = 1,9\,\%$$



CUESTIONARIO NÚMEROS ÍNDICE

1. El índice de precios de un producto en 2005, con base 2003, es igual a 125%, y en 2003 con base 2000, es del 130%, entonces la tasa de variación del precio del producto en el período 2000-2005 es:

a) 62,5% b) 60% c) 25%

Solución:

La solución es (a).

Para calcular la tasa de variación del precio del producto en el período 2000-2005 se necesita tener el índice de 2005 con base 2000, que se obtiene aplicando la propiedad circular:

$$I_{00}^{05} = I_{00}^{03} \cdot I_{03}^{05} = 1,3 \times 1,25 = 1,625 \ (162,5\%).$$

En consecuencia, en el período 2000-2005, el precio del producto ha aumentado un 62,5%.

2. Si el índice de ventas de una empresa en 2005, con base 2003, es igual a 125%, entonces la tasa media de variación anual de las ventas de la empresa en el período 2003-2005 es igual a:

a) 50% b) 13,5% c) 11,8%

Solución:

La solución es (c).

La tasa media de variación anual en el período 2003-2005 se calcula mediante la expresión:

$$t_{m\,03}^{\ 05} = \sqrt{(1+t_{03}^{05})} - 1 = \sqrt{I_{03}^{05}} - 1 = \sqrt{1,25} - 1 = 0,118 \ (11,8\%)$$

3. El índice de valor se puede calcular como:

a) El cociente entre el valor de las cantidades del año corriente a precios del año base y el valor de las cantidades del año base a precios del año corriente.

c) El producto del índice de precios de Laspeyres y el índice de cantidades de Paasche.

d) El cociente ente el valor de las cantidades del año corriente a precios del año corriente y el valor de las cantidades del año base a precios del año corriente.

Solución:

La solución es (b).

El índice de valor, cociente del valor de las cantidades del período corriente a precios del período corriente y el valor de las cantidades del período base a precios del período base, se puede calcular como el producto de índices de precios y cantidades. Es decir:

$$IV_0^t = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{i0}} = L_{P\,0}^{\ t} \cdot P_{Q0}^{\ t} = L_{Q0}^{\ t} \cdot P_{P0}^{\ t} = F_{P\,0}^{\ t} \cdot F_{Q\,0}^{\ t}$$

4. Un producto valía 30 unidades monetarias (u.m.) en 2005, en 2007 su precio ha aumentado un 6% con respecto a 2005, y en 2008 su precio aumentó en 6 u.m. con respecto al año anterior.

El índice de precios del producto en 2008, con base 2005, es igual a:

a) 106% b) 113,85% c) 126%

Solución:

La solución es (c).

El índice de precios del producto en 2007 es: $p_{07} = p_{05}\,(1 + t_{05}^{07}) = 30 \times (1 + 0{,}06) = 31{,}8$ u.m.

En 2008 es: $p_{08} = p_{07} + \Delta p_{07}^{08} = 31{,}8 + 6 = 37{,}8$ u.m.

En consecuencia, $I_{05}^{08} = \dfrac{p_{08}}{p_{05}} = \dfrac{37{,}8}{30} = 1{,}26\ (126\%)$

5. Señalar la afirmación incorrecta en relación con la colección de índices:

Años	Índice base 2001	Índice base 2005
2003	112,1	
2004	119,2	
2005	122	
2006		121
2007		134,5

a) $I_{07}^{03} = 68{,}32\%$ b) $I_{06}^{05} = 82{,}52\%$ c) $I_{01}^{07} = 164{,}09\%$

Solución:

La solución es (b).

Considerando la propiedad circular: $I_{01}^{07} = I_{01}^{05}\,.\,I_{05}^{07} = 1{,}22 \times 1{,}345 = 1{,}6409$

$$1{,}121 = I_{01}^{03} = I_{01}^{07}\,.\,I_{07}^{03} = 1{,}6409 \times I_{07}^{03} \;\rightarrow\; I_{07}^{03} = \frac{1{,}121}{1{,}6409} = 0{,}6832$$

Por la propiedad de inversión, caso particular de la propiedad circular: $I_{06}^{05} = \dfrac{1}{I_{05}^{06}} = \dfrac{1}{1{,}21} = 0{,}8264$

6. Señalar la afirmación incorrecta:

a) El índice de Laspeyres no es el índice de precios simple más utilizado.

b) El índice de Laspeyres no verifica la propiedad circular.

c) El índice valor se puede obtener como el producto del índice de precios de Laspeyres y el índice de cantidades de Paasche.

Solución:

La solución es (a).

El índice de Laspeyres no es un índice simple, es un índice compuesto.

El índice de Laspeyres no verifica la propiedad circular, aunque suele utilizarse con esta clase de índice. Se comprueba fácilmente, sean:

$$L_{P0}^{1} = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{i1} \cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} \cdot q_{i0}} \quad , \quad L_{P1}^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{i2} \cdot q_{i1}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i1} \cdot q_{i1}} \quad \rightarrow \quad L_{P0}^{1} \cdot L_{P1}^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{i1} \cdot q_{i0} \cdot \sum_{i=1}^{k} p_{i2} \cdot q_{i1}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} \cdot q_{i0} \cdot \sum_{i=1}^{k} p_{i1} \cdot q_{i1}} \neq L_{P0}^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{i2} \cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} \cdot q_{i0}}$$

7. La relación entre la tasa de variación del IPC, $t_{IPC}{}_{00}^{02}$, la de los salarios en términos nominales $t_{N}{}_{00}^{02}$, y la de los salarios en términos reales, $t_{R}{}_{00}^{02}$, en el período 2000-2002 es:

a) $(1 + t_{N}{}_{00}^{02}) \cdot (1 + t_{IPC}{}_{00}^{02}) = (1 + t_{R}{}_{00}^{02})$

b) $(1 + t_{R}{}_{00}^{02}) \cdot (1 + t_{N}{}_{00}^{02}) = (1 + t_{IPC}{}_{00}^{02})$

c) $(1 + t_{R}{}_{00}^{02}) \cdot (1 + t_{IPC}{}_{00}^{02}) = (1 + t_{N}{}_{00}^{02})$

Solución:

La solución es (c).

$$(1 + t_{R}{}_{00}^{02}) = I_{R}{}_{00}^{02} = \frac{S_{02}^{R}}{S_{00}^{R}} = \frac{\dfrac{S_{02}^{N}}{IPC_{base}^{02}}}{\dfrac{S_{00}^{N}}{IPC_{base}^{00}}} = \frac{S_{02}^{N}}{S_{00}^{N}} \cdot \frac{IPC_{base}^{00}}{IPC_{base}^{02}} = \frac{I_{N}{}_{00}^{02}}{IPC_{00}^{02}} \rightarrow \begin{cases} I_{N}{}_{00}^{02} = (1 + t_{R}{}_{00}^{02}) \cdot IPC_{00}^{02} \\ (1 + t_{N}{}_{00}^{02}) = (1 + t_{R}{}_{00}^{02}) \cdot (1 + t_{IPC}{}_{00}^{02}) \end{cases}$$

8. Un conjunto de bienes industriales, durante el período 2008-2010, respectivamente, toman los valores 136% y 97%. Si el valor de la producción del año 2008 a precios de ese mismo año es de 250.000 euros, entonces el valor de la producción del año 2010 a precios de ese mismo año será:

a) 342.000 euros b) No se puede calcular c) 329.800 euros

Solución:

La solución es (c).

$$IV_{08}^{10} = F_{P\,08}^{\,10} \cdot F_{Q\,08}^{\,10} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i10} \cdot q_{i10}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i08} \cdot q_{i08}} \rightarrow \sum_{i=1}^{n} p_{i10} \cdot q_{i10} = \sum_{i=1}^{n} p_{i08} \cdot q_{i08} \cdot F_{P\,08}^{\,10} \cdot F_{Q08}^{\,10} =$$

$$= (250.000) \times 1{,}36 \times 0{,}97 = 329.800 \text{ euros}$$

9. Para efectuar un cambio de base hay que aplicar la propiedad:

a) Circular
b) Homogeneidad
c) Proporcionalidad

Solución:

Por definición, la solución es (a)

10. El valor de una magnitud compleja en 2007 era de 1200 u.m., en 2010 fue de 2100 u.m. De otra parte, el valor de dicha magnitud en 2009 a precios constantes de 2007 era de 1500 u.m.
Señalar la opción falsa:

a) $P_{P\,07}^{\,10} = 140\%$

b) $L_{Q\,07}^{\,10} = 1{,}35$

c) $L_{Q\,07}^{\,10} < P_{P\,07}^{\,10} < IV_{07}^{10}$

Solución:

La solución es (c).

Basta considerar las definiciones de los índices $P_{P\,07}^{\,10}$, $L_{Q\,07}^{\,10}$, IV_{07}^{10} , y los valores a precios corrientes y constantes de la magnitud compleja.

$$L_{Q\,07}^{\,10} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i10} \cdot p_{i07}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i07} \cdot q_{i07}} = \frac{1500}{1200} = 1{,}25 \qquad P_{P\,07}^{\,10} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i10} \cdot q_{i\,10}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i07} \cdot q_{i10}} = \frac{2100}{1500} = 1{,}4$$

$$IV_{07}^{10} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i10} \cdot q_{i10}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i07} \cdot q_{i07}} = \frac{2100}{1200} = 1{,}75$$

11. Dados los índices: $I_{07}^{08} = 103\%$, $I_{08}^{09} = 117\%$, $I_{09}^{10} = 114\%$. Indicar la opción falsa:

a) La tasa de variación del precio en 2007-2010 es de 37,38%
b) La tasa media de variación anual del precio en 2007-2010 es de 11,17%
c) La variación relativa de los precios, respecto al año anterior, ha sido mayor en 2007 que en 2008

Solución:

La solución es (c).

a) Basta considerar la relación entre índices y tasas.

$$t_{07}^{10} = I_{07}^{08} \cdot I_{08}^{09} \cdot I_{09}^{10} - 1 = 1{,}03 \times 1{,}17 \times 1{,}14 - 1 = 0{,}3738$$

b) $t_{m\,07}^{10} = \sqrt[3]{I_{07}^{08} \,.\, I_{08}^{09} \,.\, I_{09}^{10}} - 1 = \sqrt[3]{1,03 \times 1,17 \times 1,14} - 1 = 0,1117$

c) $\left.\begin{array}{l} t_{07}^{08} = I_{07}^{08} - 1 = 1,03 - 1 = 0,03 \\ t_{08}^{09} = I_{08}^{09} - 1 = 1,17 - 1 = 0,17 \end{array}\right| \quad t_{08}^{09} > t_{07}^{08}$

El aumento relativo del precio, en relación al año anterior, ha sido mayor en 2008 que en 2007

12. Señalar la afirmación correcta:

a) Deflactar consiste en enlazar dos o más series de índices, lo que se consigue escribiendo en la misma base índices que originalmente vienen expresados en bases distintas.

b) El IPC con base 2002, es un índice de precios de Paasche.

c) Los índices simples como los complejos ponderados son adimensionales.

Solución:

Por definición es (c).

13. Las tasas de variación anuales de cantidades exportadas por una empresa durante el período 2002-2005 son 1,7% , 2,2% y - 1,7%, respectivamente. Señalar la opción incorrecta.

a) La tasa media de variación anual en este período es de 0,723%

b) La tasa de variación de la cantidad exportada en 2005 es de 2,17% en relación con la exportada en 2002.

c) Si en 2002 se exportaron 120.000 unidades, en 2005 se exportaron 122604 unidades.

Solución:

La solución es (a).

Las tasas de variación anuales de las cantidades exportadas: $t_{02}^{03} = 0,017$, $t_{03}^{04} = 0,022$, $t_{04}^{05} = -0,017$

La tasa de variación global t_{02}^{05} y la tasa media de variación anual $t_{m\,02}^{05}$, expresadas en tantos por uno:

$$(1 + t_{02}^{05}) = (1 + t_{02}^{03}) \,.\, (1 + t_{03}^{04}) \,.\, (1 + t_{04}^{05}) = (1 + t_{m\,02}^{05})^3 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} t_{02}^{05} = (1 + t_{02}^{03}) \,.\, (1 + t_{03}^{04}) \,.\, (1 + t_{04}^{05}) - 1 \\ t_{m\,02}^{05} = \sqrt[3]{(1 + t_{02}^{03}) \,.\, (1 + t_{03}^{04}) \,.\, (1 + t_{04}^{05})} - 1 \end{cases}$$

$$t_{02}^{05} = (1,017) \times (1,022) \times (0,983) - 1 = 0,0217 \ (2,17\%)$$

$$t_{m\,02}^{05} = \sqrt[3]{(1 + t_{02}^{05})} - 1 = \sqrt[3]{(1 + t_{02}^{03}) \,.\, (1 + t_{03}^{04}) \,.\, (1 + t_{04}^{05})} - 1 = \sqrt[3]{(1,017) \times (1,022) \times (0,983)} - 1 =$$
$$= 0,00718 \quad (0,718\%)$$

L

a cantidad exportada en 2005 viene dada por: $t_{02}^{05} = \dfrac{q_{05} - q_{02}}{q_{02}} = \dfrac{q_{05}}{q_{02}} - 1 \ \rightarrow \ q_{05} = (1 + t_{02}^{05}) \,.\, q_{02}$

$$q_{05} = (1 + t_{02}^{05}) \,.\, q_{02} = 1,0217 \times (120.000) = 122.604 \text{ unidades.}$$

14. El procedimiento por el cual una serie de valores nominales se pasa a valores reales, se denomina:

a) Deflación.

b) Devaluación.

c) Inflación.

Solución:

La solución, por definición, es (a).

15. Selecciona el mejor deflactor de una serie de valores:

a) Índice de cantidad de Paasche.

b) Índice de precios de Laspeyres.

c) Ninguna de las anteriores.

Solución:

La solución es (c).

El deflactor es un índice de precios, por lo que la opción (a) no puede ser cierta.

De todos los índices de precios el mejor deflactor es el de Paasche, dado que el valor real V_t^R se obtiene dividiendo el valor nominal V_t^N por el índice de precios de Paasche $P_{P\,0}^{\ t}$, es decir:

$$V_t^R = \frac{V_t^N}{P_{P\,0}^{\ t}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{it}}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{it}}} = \sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{it}$$

16. Seleccionar la opción correcta, sobre el índice cuántico de Paasche:

a) Verifica las propiedades de identidad, inversión y circular.

b) No cumple las propiedades circular ni de inversión.

c) Verifica la propiedad de inversión pero no la circular.

Solución:

La solución es (b).

El índice de cuántico de Paasche cumple la propiedad de identidad, pero no verifica la propiedad de inversión y, en consecuencia, tampoco verifica la circular (generalización de la de inversión).

En efecto, se conoce que $P_{Q\,0}^{\ t} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{it} \cdot p_{it}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} \cdot p_{it}}$

$$P_{Q\,t}^{\,0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i0}\cdot p_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{it}\cdot p_{i0}} = \frac{1}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{it}\cdot p_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0}\cdot p_{i0}}} = \frac{1}{L_{Q\,0}^{\,t}}$$

17. Señalar la afirmación incorrecta, en relación con la información del salario de un trabajador y de los índices de precios base 2001 (en %) durante el período 2005-2010.

Años	Salario	IPC
2005	1503	119,21
2006	1528	121,56
2007	1603	123,79
2008	1631	126,65
2009	1754	131

a) La tasa de variación de los salarios reales en el período 2007-2009 es 6,17%

b) La tasa media de variación anual de los salarios nominales en 2005-2009 es 3,94%

c) El poder adquisitivo del trabajador en 2008 es inferior al de 2007.

Solución:

La solución es (a).

Para obtener la tasa de variación de los salarios reales en el período 2007-2009, primero se calculan los salarios reales durante este período (base 2001), dividiendo cada salario nominal por el correspondiente IPC:

Años	Salario nominal	IPC	Salario real
2007	1603	123,79	1294,9
2008	1631	126,65	1287,8
2009	1754	131	1338,9

La tasa de variación del salario real:

$$t_{07}^{09} = \frac{1338,9}{1294,9} - 1 = 0,034 \text{ (tantos por uno)}$$

Tasa media de variación anual de los salarios nominales 20052009: $t_{m\,05}^{\;09} = \sqrt[4]{(1+t_{05}^{09})} - 1 = \sqrt[4]{I_{05}^{09}} - 1$

$$I_{05}^{09} = \frac{1754}{1503} = 1,167 \;\rightarrow\; t_{m\,05}^{\;09} = \sqrt[4]{1,167} - 1 = 0,0394 \;(3,94\%)$$

El poder adquisitivo del salario real del trabajador en el período 2007-2008, se mide por su salario real, y como se observa en la tabla adjunta, en 2007 fue de 1294,9 euros, mientras que en 2008 fue de 1287,8 euros, por lo que el trabajador pierde poder adquisitivo en 2008 respecto a 2007.

18. En una empresa se lleva a cabo una negociación de salarios para el próximo año, acordando subir éstos de acuerdo con el IPC (103,2%). En el año actual, antes de la subida, se adjunta la distribución de los salarios. Seleccionar la afirmación correcta.

Categoría	Salarios nominal	Número trabajadores
A	1.845	20
B	2.368	50
C	2.570	10

a) Aunque varíe el número de trabajadores, el índice de Laspeyres será de 103,2%

b) Si no varía el número de trabajadores, el índice de Laspeyres será de 103,2%

c) Antes de la subida, el índice simple de salarios de la empresa es de 142,65%

Solución:

La solución es (a).

El índice de salarios de Laspeyres del año 1, base 0: $L_{S\,0}^{\,1} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} S_{i1}\,.\,n_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} S_{i0}\,.\,n_{i0}}$ donde $S_{i1} = S_{i0}\,.\,IPC_0^1$

con lo cual, $L_{S\,0}^{\,1} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} S_{i0}\,.\,IPC_0^1\,.\,n_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} S_{i0}\,.\,n_{i0}} = IPC_0^1 = 1{,}032 \;\rightarrow\; L_{S\,0}^{\,1} = 103{,}2\%$

En consecuencia, el número de trabajadores no influye para nada.

De otra parte, para calcular un índice simple de salarios antes de la subida, se necesitan dos períodos de tiempo (se necesita comparar el conjunto de salarios de la empresa entre ambos períodos). Como solo hay un período, la opción (c) no tiene sentido.

Antes de la subida de precios, con los datos del ejercicio, se puede calcular un índice simple de una categoría con respecto a otra $(I_A^B\,,\; I_B^C\,,\; I_A^C,\; I_B^A,\; I_C^B,\; I_C^A)$.

19. El salario mensual de un trabajador durante 2008 fue 1700 €. Cuando se aplicó el convenio laboral para el año siguiente, el trabajador incrementó su poder adquisitivo un 5%. Si la inflación prevista para el año 2009 es del 3%, ¿cuál fue la situación del trabajador?

a) El salario mensual del 2009 es de 1838,55 €

b) El salario mensual del 2009 es de 1751 €

c) El salario mensual del 2009 es 1845 €

Solución:

La solución es (a).

El trabajador mantendrá su poder adquisitivo en el año 2009, si al salario mensual del año 2008 se aplica la subida del coste de la vida, es decir, la inflación: $1700 \times 1,03 = 1751$.

La realidad es que el poder adquisitivo del trabajador no se mantiene, sino que aumenta un 5%. Por tanto, sobre la subida del coste de la vida habrá que aplicar la subida del 5%, es decir:

$$S_{2009} = S_{2008} \times 1,03 \times 1,05 = 1700 \times 1,03 \times 1,05 = 1838,55 \text{ €}$$

20. El salario de un empleado en 2006 fue de 1250 euros, en el año 2008 de 1380 euros, y el IPC se incrementó un 7,2% de 2006 al 2008, entonces se puede afirmar:

a) La tasa media de variación anual del salario en el ejercicio 2006-2008 es 4,23%

b) La tasa de variación del salario en el período 2006-2008 es 3,98%

c) La tasa media de variación anual del salario real en el período 2006-2008 es 1,5%

Solución:

La solución es (c).

Tasa media de variación anual del salario: $t_{m\,06}^{\;08} = \sqrt{I_{06}^{08}} - 1 = \sqrt{\dfrac{1380}{1250}} - 1 = 0,051 \;\; (5,07\%)$

Tasa de variación del salario: $t_{06}^{08} = \dfrac{1380}{1250} - 1 = 0,104 \;\; (10,4\%)$

Tasa media de variación anual del salario real: $t_{m\,06}^{R\;08} = \sqrt{\dfrac{S_{08}^{R}}{S_{06}^{R}}} - 1 = \sqrt{\dfrac{\dfrac{1380}{1,072}}{1250}} - 1 = 0,015 \;\; (1,5\%)$

21. Una magnitud ha tomado distintos valores durante cuatro años. En término medio, se desea conocer el incremento o disminución que se ha producido en la citada magnitud en cada uno de los años analizados, indica la forma de proceder más idónea:

a) Calcular un índice complejo.

b) Calcular una tasa simple para el conjunto de los cuatro años.

c) Calcular una tasa media por período para el conjunto de los cuatro años.

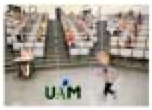
Solución:

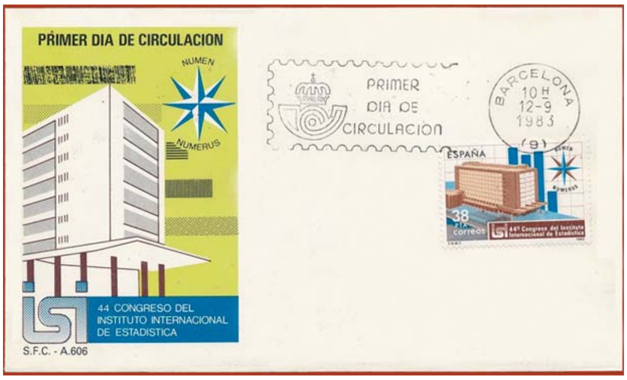
La solución es (c).

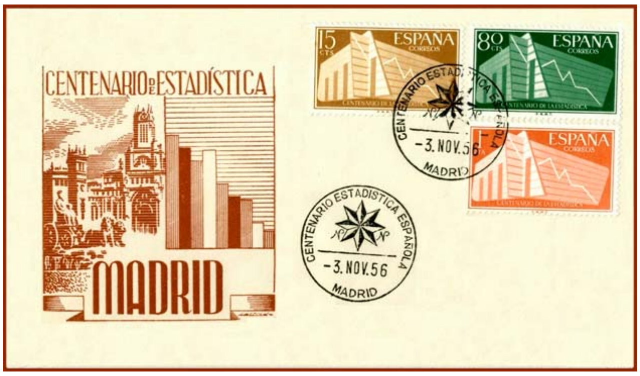
El índice complejo representa cuantas unidades de una magnitud compleja se tienen en un año por cada unidad que se tenía el año anterior.

Una tasa simple para el conjunto de los cuatro años proporciona el incremento o disminución del período final del año, al cabo de los cuatro años, con respecto al período inicial, pero no facilita información de lo que ha sucedido entre períodos.

La tasa media por período para el conjunto de los cuatro años indica el incremento o disminución que, por término medio, se ha producido en cada período, considerando los valores tomados en el conjunto de los cuatro años (inicial y final).







Estadística Descriptiva
Facultad Ciencias Económicas y Empresariales
Departamento de Economía Aplicada
Profesor: Santiago de la Fuente Fernández