TEORÍA DE COLAS

- Modelo Determinista
- Sistema de un Aeropuerto

MODELO DETERMINISTA DE COLAS

Cuando la demanda λ es mayor que la capacidad μ, el factor de utilización $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu} > 1$, entonces para calcular las demoras es necesario utilizar otro criterio en teoría de colas.

Este fenómeno ocurre en muchos sistemas durante un período corto de tiempo introduciendo el modelo determinista de colas.
Un modelo determinístico es un modelo matemático donde las mismas entradas producen invariablemente las mismas salidas, sin contemplar la existencia del azar ni el principio de incertidumbre.

Estado del sistema $\equiv$ número de clientes en el sistema

$L_q \equiv$ Longitud de la cola $\equiv$ número de clientes en cola $=$

$=$ estado del sistema $-$ número de clientes en servicio

$\lambda \equiv$ tasa de llegadas

$\mu \equiv$ tasa de servicios

Sea $N(t) \equiv$ Número de clientes en el sistema en el instante t $=$

$=$ número de clientes en cola más el número de clientes que están siendo servidos

Si $t = 0$ no hay clientes $N(0) = 0$

Sea λ el número de llegadas independientes por unidad de tiempo, $(1/\lambda)$ el tiempo constante entre dos llegadas consecutivas. Por otra parte, sea μ el número de servicios por unidad de tiempo (cuando el sistema está ocupado), y $(1/\mu)$ el tiempo que se tarda en realizar un servicio.

Se define $\tau \equiv$ Instante de tiempo en el que se produce el primer rechazo es decir, llega un cliente cuando en el sistema hay $(k-1)$ clientes.

En el análisis se distinguen dos casos, según si la tasa de llegadas es mayor $(\lambda > \mu)$ o menor igual que la de servicio

- $\lambda > \mu$

Sí $t \in \left(0, \dfrac{1}{\lambda}\right) \rightarrow$ No ha llegado todavía ningún cliente, en este intervalo de tiempo no hay clientes en el sistema.

Si $t \in \left(\dfrac{1}{\lambda}, \tau\right) \rightarrow N(t) = \big[\text{llegadas en } (0, \tau]\big] - \left(\text{servicios en } \left(\dfrac{1}{\lambda}, \tau\right]\right)$

Número de llegadas en $(0,\tau] \equiv \left(\dfrac{t}{1/\lambda}\right) = \lambda t$

Número de salidas $\left(\dfrac{1}{\lambda},\tau\right] \equiv \left(\dfrac{t-1/\lambda}{1/\mu}\right) = \mu t - \dfrac{\mu}{\lambda}$

En consecuencia, $N(t) = \lambda t - \left(\mu t - \dfrac{\mu}{\lambda}\right)$

a) Cuando el tiempo de servicio es un múltiplo entero del tiempo entre llegadas, es decir: $m\left(\dfrac{1}{\lambda}\right) = \dfrac{1}{\mu}$

En este caso, siempre que se produce la salida de un cliente hay una llegada simultánea. Así, no puede suceder que haya simultáneamente una salida y un rechazo, pues si un cliente sale, se deja una plaza libre en el sistema para el otro cliente que llega en ese momento.

En consecuencia, el número de clientes es creciente hasta que a partir del instante τ es constantemente igual a la capacidad $(k-1)$ del sistema.
Luego, se tiene:

$$N(t) = \begin{cases} 0 & t < \dfrac{1}{\lambda} \\ \lambda t - \left(\mu t - \dfrac{\mu}{\lambda}\right) & \dfrac{1}{\lambda} < t < \tau \\ k-1 & t \geq \tau \end{cases}$$

Suponiendo que se tiene disciplina FIFO, los valores asociados a cada cliente:

$W_q^{(n)} \equiv$ Tiempo de espera en cola del cliente $n-$ésimo.

$S^{(n)} \equiv$ Tiempo de servicio del $n-$ésimo cliente.

$T^{(n)} \equiv$ Tiempo transcurrido entre las llegadas de los clientes $n-$ésimo y $(n+1)-$ésimo

$$W_q^{(n+1)} = \begin{cases} W_q^{(n)} + S^{(n)} - T^{(n)} & \text{Sí } W_q^{(n)} + S^{(n)} > T^{(n)} \\ 0 & \text{Sí } W_q^{(n)} + S^{(n)} \leq T^{(n)} \end{cases}$$

Aunque la relación se verifica en general, se observa que $S^{(n)} = \dfrac{1}{\mu}$ y si $t < \tau$ entonces

$T^{(n)} = \frac{1}{\lambda}$. Consecuentemente, $W_q^{(n+1)} = W_q^{(n)} + \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\lambda}\right)$

Por otra parte, si $t \geq \tau$ un cliente entra al sistema justo cuando sale otro. Por tanto, el cliente que entra se encuentra con $(k-2)$ clientes en cola delante de él y un cliente empezando el servicio. En consecuencia, el tiempo de espera en cola para este nuevo cliente será $(k-2)\,\frac{1}{\mu}$

En definitiva: $W_q^{(n)} = \begin{cases} (n-1)\left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\lambda}\right) & n = 1, 2, \ \dots\ , \lambda\tau - 1 \\ \frac{k-2}{\mu} & n \geq \lambda\tau \end{cases}$

b) $\frac{1}{\lambda} \geq \frac{1}{\mu}$

El tiempo entre llegadas es mayor o igual que el tiempo de servicio, cuando llega un cliente es servido y sale del sistema antes de que llegue el siguiente cliente (en la peor situación, cuando llegue el siguiente cliente si el tiempo entre llegadas es igual al tiempo de servicio).

Por tanto, considerando que en el instante cero no hay individuos en el sistema, el número de clientes en el sistema siempre variara entre $[0, 1]$ y el tiempo de espera en cola de cualquier cliente es cero.

En este caso, una situación particular supone que cuando el sistema se inicia ya hay un número de clientes C esperando en el mismo.

- $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\mu}$

Si el tiempo entre llegadas coincide con el tiempo de servicio, siempre habrá C clientes en el sistema y el tiempo de espera en cola del $n-$ésimo cliente toma la expresión:

$$W_q^{(n)} = \begin{cases} (n-1)\,\frac{1}{\mu} & 1 \leq n \leq C \\ (C-1)\,\frac{1}{\mu} & n \geq C \end{cases}$$

- $\frac{1}{\lambda} > \frac{1}{\mu}$

Si el tiempo entre llegadas es mayor que el tiempo de servicio, hay un primer instante $t = 0$ no hay clientes $N(0) = 0$.

Hasta ese momento, el número de clientes en el sistema en cada instante será:

$$N(t) = C - \left[\left(\frac{t}{1/\mu}\right) - \left(\frac{t}{1/\lambda}\right)\right] = C - (\mu t - \lambda t)$$

El instante $\tau =$ menor real positivo tal que $C = (\mu t - \lambda t)$

Inmediatamente después del instante τ el sistema permanece vacío, hasta que se produce la siguiente llegada en el instante $\tau_1 = \lambda t \left(\frac{1}{\lambda}\right) + \left(\frac{1}{\lambda}\right)$

En el instante τ_1 un nuevo cliente entra al sistema y al no haber nadie más, entra directamente al servicio, del que sale en el instante $\tau_1 + \ 1$, con lo que el estado del sistema (número de clientes en el sistema) será 1 entre $\left[\tau_1, \tau_1 + \frac{1}{\mu}\right)$

El siguiente cliente llega en el instante $\tau_2 = \tau_1 + \frac{1}{\lambda} = \lambda t \left(\frac{1}{\lambda}\right) + \frac{2}{\lambda}$, después de haber salido el cliente anterior, después el sistema vuelve a estar vacío en el intervalo $\left[\tau_1 + \frac{1}{\mu}, \tau_2\right)$ y toma el valor 1 entre $\left[\tau_2, \tau_2 + \frac{1}{\mu}\right)$.

El proceso es reiterativo, en consecuencia:

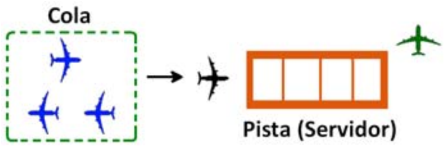
$$N(t) = \begin{cases} C - (\mu t - \lambda t) & 0 \geq t < \tau \\ 0 & \tau \leq t < \tau_1 \quad \tau_k + \dfrac{1}{\mu} \geq t < \tau_k + \dfrac{1}{\lambda} \qquad \text{siendo} \quad \tau_k = (\lambda\tau)\dfrac{1}{\lambda} + \dfrac{k}{\lambda} \\ 1 & \tau_k \geq t < \tau_k + \dfrac{1}{\mu} \end{cases}$$

Verificando la igualdad $W_q^{(n+1)} = W_q^{(n)} + S^{(n)} - T^{(n)}$ se tiene la siguiente expresión para el tiempo de espera en cola:

$$W_q^{(n)} = \begin{cases} (n-1)\dfrac{1}{\mu} & 1 \leq n \leq C \\ (C+k-1)\dfrac{1}{\mu} - \dfrac{k}{\lambda} & n = C+k \quad 0 \leq k \leq \lambda\tau \\ 0 & n = C+k \quad k > \lambda\tau \end{cases}$$

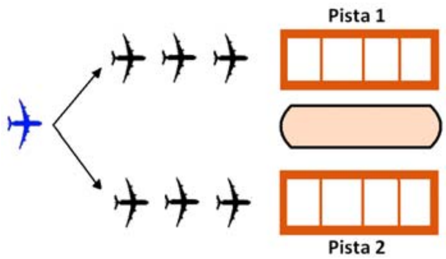
SISTEMA DE UN AEROPUERTO:
EQUILIBRIO ENTRE DEMANDA Y CAPACIDAD OPERACIONAL

La llegada a un aeropuerto (aviones como pasajeros) es un fenómeno aleatorio que se analiza utiliazando modelos estocásticos de colas.



La demanda en períodos de poca duración excede de la capacidad del aereopuerto, proceso que se analiza con modelos deterministicos.

Asumiendo las condiciones de operación IFR (Instrumental Flight Rules) que no es necesario tener contacto visual con el terreno, las llegadas de aviones en un aeropuerto con dos pistas siguen un proceso de Poison a la hora de parámetro 45.



El tiempo de servicio por separación de llegadas sigue una distribución exponencial de 90 segundos.

••••

Es una cola de tipo M/M/2 con $s = 2$ servidores

$\lambda = 45$ aviones/hora

$$\frac{1}{\mu} = \frac{90}{60 \times 60} = \frac{1}{40} \quad \rightarrow \quad \mu = 40 \ \text{aviones pista por hora}$$

Utilización promedio del sistema: $u_s = \dfrac{\lambda}{\mu} = \dfrac{45}{40} = 1,125$

Factor de utilización o intensidad tráfico: $\rho = \dfrac{\lambda}{s\mu} = \dfrac{45}{2 \times 40} = 0,5625$

Probabilidad que ningún avión se encuentre en el sistema de cola:

$$p_0 = \frac{1}{\displaystyle\sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{1}{s!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \frac{1}{1-\rho}} = \frac{1}{\displaystyle\sum_{n=0}^{2-1} \frac{1,125^n}{n!} + \frac{1}{2!} \times 1,125^2 \times \frac{1}{1-0,5625}} =$$

$$= \frac{1}{1+1,125+1,446} = 0,28$$

Número medio de aviones en cola:

$$L_q = \frac{1}{s!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \frac{\rho}{(1-\rho)^2}\, p_0 = \frac{1}{2!} \times 1,125^2 \times \frac{0,5625}{(1-0,5625)^2} \times 0,28 = 0,52$$

Número medio de aviones en sistema: $L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} = 0,52 + 1,125 = 1,645$

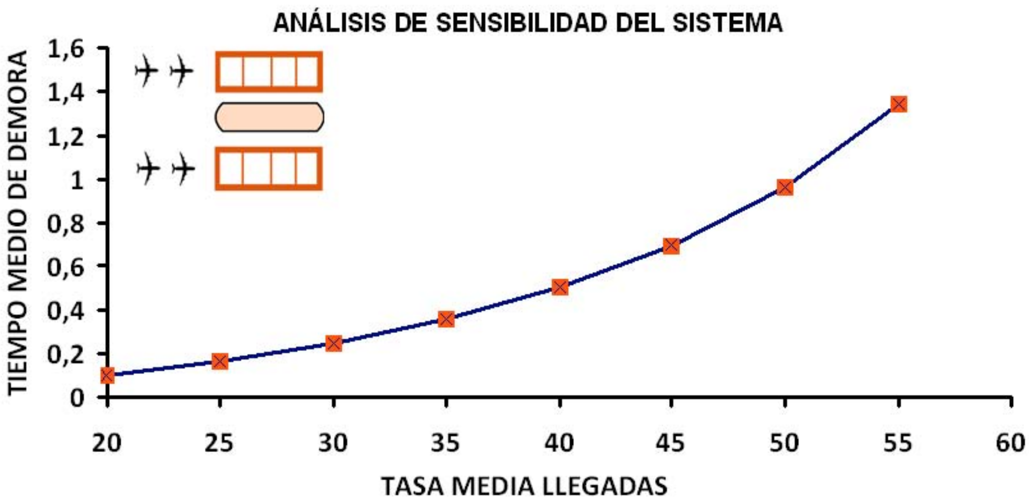
Tiempo medio de aviones esperando en cola:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \times 60 = \frac{0,52}{45} \times 60 = 0,69 \ \text{ minutos}$$

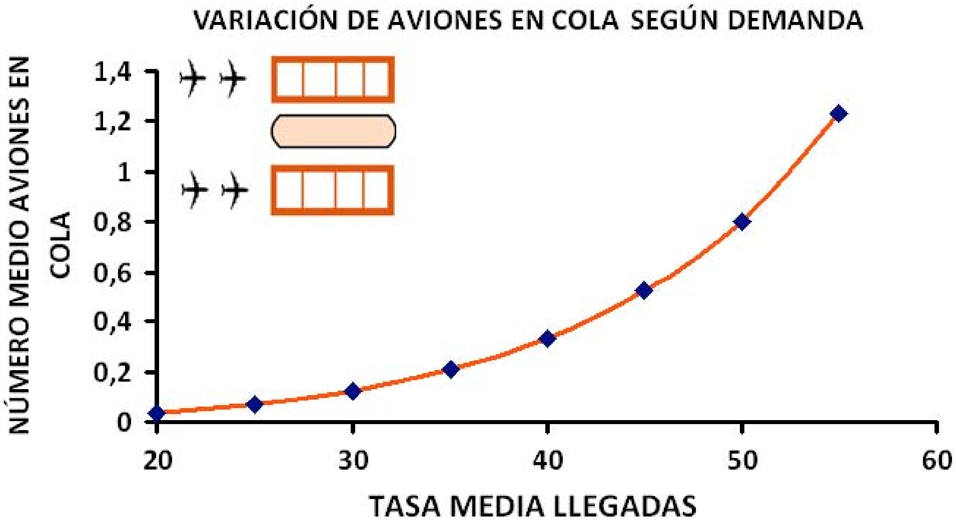
Tiempo medio de aviones en el sistema: $W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = 0,69 + \frac{60}{40} = 2,19$ minutos

Con una hoja de cálculo se puede elaborar un analisis de sensibilidad del sistema y un diagrama de la variación de aviones en cola según demanda. En esta línea, para distintas tasas de llegadas de aviones se obtiene:

λ	20	25	30	35	40	45	50	55
W_q	0,1	0,162	0,245	0,355	0,5	0,694	0,962	1,344

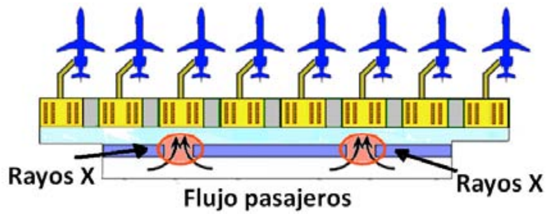


λ	20	25	30	35	40	45	50	55
L_q	0,033	0,068	0,123	0,207	0,333	0,521	0,801	1,232



••••••••

El aeropuerto tiene dos sistemas de rayos-X, experiencias anteriores indican que un pasajero tarda 45 segundos en pasar por el área de seguridad, según una distribución de servicio exponencial.



Los clientes llegan en promedio al área de seguridad cada 25 segundos de acuerdo a una función de Poisson.
El director del aeropuerto quiere analizar la situación para conseguir que en un futuro próximo la demanda aumente un 60%.
Para ello, necesita:
(a) Analizar la situación actual.
(b) Máquinas de rayos-X que se deben instalar en el futuro para dar un servicio de forma que el pasajero medio no espera más de dos minutos en la cola.
(c) Probabilidad de que en un futuro más de cuatro pasajeros esperan en la cola.

••••

(a) En la actualidad: El sistema de seguridad es una cola de tipo M/M/2 con $s = 2$ servidores

Si el número de llegadas sigue una distribución de Poisson $P(\lambda)$, el tiempo entre llegadas sigue una distribución exponencial de media $(1/\lambda)$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{25/60 \times 60} = \frac{60 \times 60}{25} = 144 \Rightarrow \lambda = 144 \text{ pasajeros/hora}$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{45/60 \times 60} = \frac{60 \times 60}{45} = 80 \Rightarrow \mu = 80 \text{ pasajeros/hora seguridad}$$

Utilización promedio del sistema: $u_s = \dfrac{\lambda}{\mu} = \dfrac{144}{80} = 1,8$

Factor de utilización del sistema de cola: $\rho = \dfrac{\lambda}{s\mu} = \dfrac{144}{2 \times 80} = 0,9$

Probabilidad del sistema vacío:

$$p_0 = \frac{1}{\displaystyle\sum_{n=0}^{2-1} \frac{1,8^n}{n!} + \frac{1}{2!} \times 1,8^2 \times \frac{1}{1-0,9}} = \frac{1}{1 + 1,8 + \dfrac{1}{2} \times 32,4} = 0,0526$$

Número medio de pasajeros en cola:

$$L_q = \frac{1}{s!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \frac{\rho}{(1-\rho)^2}\, p_0 = \frac{1}{2!} \times 1,8^2 \times \frac{0,9}{0,1^2} \times 0,0526 = 7,674$$

Número medio de pasajeros en sistema: $L_s = L_q + \dfrac{\lambda}{\mu} = 7,674 + 1,8 = 9,474$

Tiempo promedio espera en la cola: $W_q = \dfrac{L_q}{\lambda} = \dfrac{7,674}{144}(60 \times 60) = 192$ segundos

Tiempo promedio espera en sistema: $W_s = \dfrac{L_s}{\lambda} = \dfrac{9,474}{144}(60 \times 60) = 237$ segundos

En la situación actual con dos aparatos de rayos-X (servidores) el tiempo medio de pasajeros en cola es de 192 segundos > 120 segundos, por lo que se necesitaría incorporar servidores (aparatos rayos-X)

(b) En un futuro próximo, además de la necesidad de incorporar servidores, aumenta la demanda de pasajeros en un 60%.

$\lambda = 144 \times 1,60 = 230,4$ pasajeros/hora

$\mu = 80$ pasajeros/hora área seguridad

Utilización promedio del sistema: $u_s = \dfrac{\lambda}{\mu} = \dfrac{230,4}{80} = 2,88$

- Si el número de servidores fuera $s = 3$, tipo de cola M/M/3, se tendría:

Factor de utilización del sistema de cola: $\rho = \dfrac{\lambda}{s\mu} = \dfrac{230,4}{3 \times 80} = 0,96$

Probabilidad del área de seguridad vacía:

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{3-1} \frac{2,88^n}{n!} + \frac{1}{3!} \times 2,88^3 \times \frac{1}{1-0,96}} = \frac{1}{1+2,88+\frac{1}{2} \times 2,88^2 + 99,5328} = \frac{1}{107,56} = 0,0093$$

Número medio de espera de pasajeros en área de seguridad:

$$L_q = \frac{1}{s!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \frac{\rho}{(1-\rho)^2}\, p_0 = \frac{1}{3!} \times 2,88^3 \times \frac{0,96}{0,04^2} \times 0,0093 = 22,2157$$

Tiempo promedio espera en la cola: $W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{22,2157}{230,4}(60 \times 60) = 347 \text{ segundos}$

Siendo $W_q = 347 \text{ segundos} > 120 \text{ segundos}$ se necesita incrementar el número de servidores en el sistema.

- Si el número de servidores fuera $s = 4$, tipo de cola M/M/4, se tendría:

Factor de utilización del sistema de cola: $\rho = \frac{\lambda}{s\mu} = \frac{230,4}{4 \times 80} = 0,72$

Probabilidad del área de seguridad vacía:

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{4-1} \frac{2,88^n}{n!} + \frac{1}{3!} \times 2,88^4 \times \frac{1}{1-0,72}} =$$

$$= \frac{1}{1+2,88+\frac{1}{2} \times 2,88^2 + \frac{1}{6} \times 2,88^3 + \frac{1}{4!} \times 2,88^4 \times \frac{1}{1-0,72}} = \frac{1}{22,246} = 0,045$$

Número medio de espera de pasajeros en área de seguridad:

$$L_q = \frac{1}{s!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \frac{\rho}{(1-\rho)^2}\, p_0 = \frac{1}{4!} \times 2,88^4 \times \frac{0,72}{0,28^2} \times 0,045 = 1,1846$$

Tiempo promedio espera en la cola: $W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{1,1846}{230,4}(60 \times 60) = 18,51 \text{ segundos}$

$W_q = 18,51 \text{ segundos} < 120 \text{ segundos}$, con lo que habría que instalar 4 servidores (4 aparatos de rayos-X), con número medio de cuatro pasajeros en el sistema:

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} = 1,1846 + 2,88 = 4,06 \approx 4$$

Con una hoja de cálculo se puede elaborar un diagrama de variación de segundos en la cola dependiendo de los servidores:

$s \equiv$ Servidores	3	4	5
$W_q \equiv$ Segundos sistemas colas	347	18,5	0,04

c) La probabilidad de que más de cuatro pasajeros esperan en la cola es la probabiidad de que esperen más de ocho pasajeros en el sistema $(L = L_q + L_s > 4 + 4)$

Probabilidad del estado n: $\quad p_n = \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\, p_0 \quad n \le s \qquad p_n = \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{s!\; s^{(n-s)}}\, p_0 \quad n > s$

$$P(n > 8) = 1 - P(n \le 8) = 1 - \left(\sum_{n=0}^{4} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\, p_0 + \sum_{n=5}^{8} \frac{(\lambda/\mu)^n}{s!\; s^{(n-s)}}\, p_0 \right) =$$

$$= 1 - (0,66937 + 0,24256) = 0,08807$$

$$\sum_{n=0}^{4} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\, p_0 = \sum_{n=0}^{4} \frac{2,88^n}{n!} \text{ x } 0,045 = \left(1 + 2,88 + \frac{2,88^2}{2} + \frac{2,88^3}{6} + \frac{2,88^4}{24} \right) \text{x } 0,045 = 0,66937$$

$$\sum_{n=5}^{8} \frac{(\lambda/\mu)^n}{s!\; s^{(n-4)}}\, p_0 = \sum_{n=5}^{8} \frac{2,88^n}{4^{(8-4)}} \text{ x } \frac{0,045}{4!} = \left(\frac{2,88^5}{4} + \frac{2,88^6}{4^2} + \frac{2,88^7}{4^3} + \frac{2,88^8}{4^4} \right) \text{x } 0,001875 =$$

$$= 0,24256$$

En una sola pista (servidor), una distribución de servicios general (G), conociendo la tasa media de servicios μ y la desviación estándar de los servicios σ, un modelo M/G/1

Con condición de operación FIR, las llegadas aleatorias a la pista son de 24 a la hora, mientras que el tiempo de servicio definido por separación de llegadas es de 120 segundos con una desviación estándar de 20 segundos.

Tasa de llegadas $\lambda = 24$ aviones/hora

Tiempo medio entre llegadas consecutivas $= \dfrac{1}{\lambda}$

Tiempo medio de servicio $= \dfrac{1}{\mu}$

$\dfrac{1}{\mu} = \dfrac{120}{60 \times 60} = \dfrac{1}{30} \quad \rightarrow$ Tasa de servicio $\mu = 30$ aviones/hora

$\sigma = 20 \text{ segundos} = \dfrac{20}{60 \times 60} = \dfrac{1}{180}$ horas

En la práctica, con control radar, cuando la población de aviones es homogénea se espera un valor bajo de la desviación estándar (30-40 segundos), con una población de aviones no homogénea el valor de la desviación estándar es ≥ 60 segundos.

Factor de utilización: $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu} = \dfrac{24}{30} = 0,8$

En la práctica cuando el factor de utilización ρ se aproxima a 0,85 es necesario aumentar la capacidad del sistema.

Número de aviones en cola $L_q = \dfrac{\lambda^2\sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)} = \dfrac{24^2(1/180)^2 + 0,8^2}{2(1-0,8)} = 1,644$

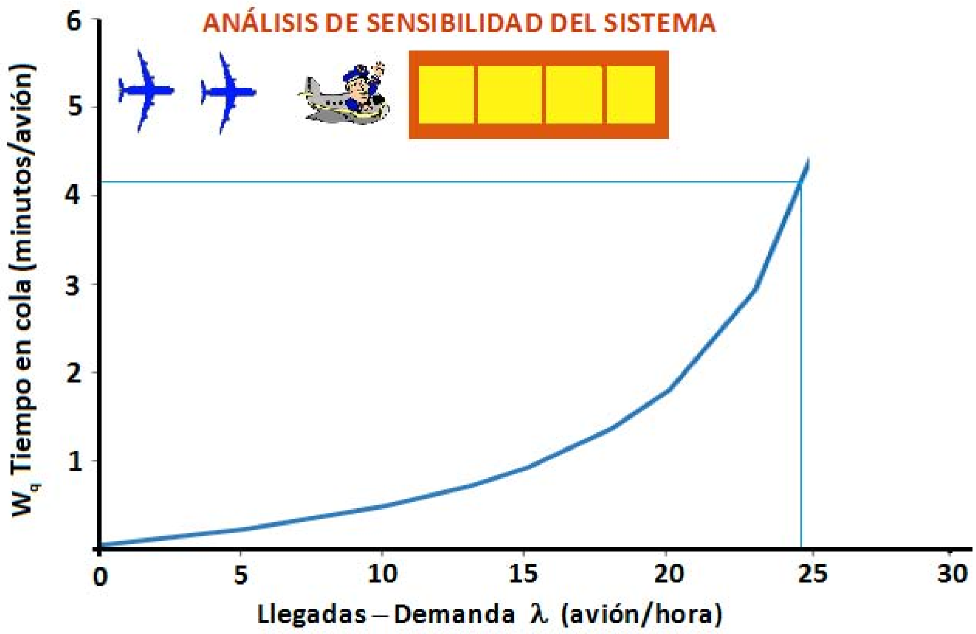
Número medio de aviones en sistema $L_s = L_q + \dfrac{\lambda}{\mu} = 1,644 + 0,8 = 2,444$

Número medio de aviones en servicio $L = L_q + L_s = 1,644 + 2,444 \approx 4$

Tiempo medio de aviones en cola $W_q = \dfrac{L_q}{\lambda} = \dfrac{1,644}{24} = 0,0685 \text{ horas} = 4,11$ minutos

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\lambda\left[\sigma^2 + (1/\mu)^2\right]}{2\left[1-(\lambda/\mu)\right]} = \frac{24\left[(1/180)^2 + (1/30)^2\right]}{2\left[1-(24/30)\right]} = 4,11 \text{ minutos}$$

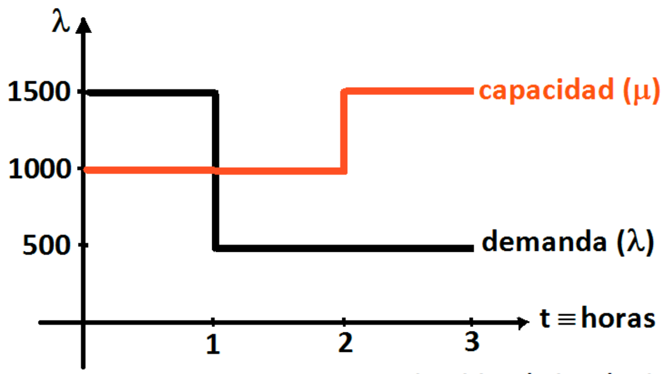
Tiempo medio aviones en sistema $W_s = \dfrac{L_s}{\lambda} = \dfrac{2,444}{24} \times (60) = 6,11$ minutos



Las llegadas aleatorias de pasajeros-hora a la pista (demanda λ) y la capacidad terminal (μ) son:

$$\lambda = \begin{cases} 1500 & 0 < t < 1 \text{ hora} \\ 500 & t > 1 \text{ hora} \end{cases} \qquad \mu = \begin{cases} 1000 & t \leq 2 \text{ horas} \\ 1500 & t > 2 \text{ horas} \end{cases}$$

El factor de utilización $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu} > 1$, la demanda es mayor que la capacidad, por lo que es necesario utilizar un modelo determinístico de teoría de colas.



ATS (Servicio Tránsito Aéreo)

Estado de la cola: $L_t = \int_0^t (\lambda_t - \mu_t)\, dt$

En la práctica, $L_t = L_{t-1} + (\lambda_t - \mu_t)\, \Delta t$ se estima con facilidad en una hoja de cálculo.

$L_t \equiv$ número de unidades en la cola en un instante t

$\lambda_t \equiv$ función de demanda (entidades por unidad de tiempo)

$\mu_t \equiv$ capacidad del sistema (entidades por unidad de tiempo)

Utilizando una hoja de cálculo (Excel) se tiene:

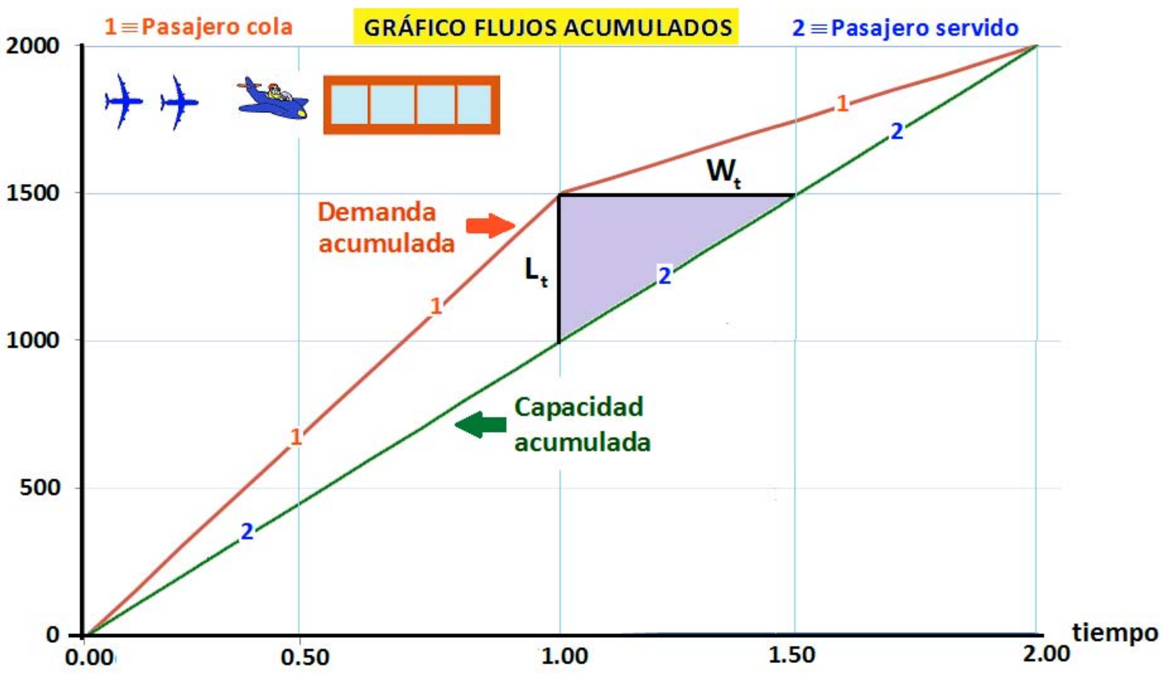
t (horas)	L_t	λ_t	μ_t	$\lambda_t - \mu_t$	Δt
0,0	0	1500	1000	500	100
0,2	100	1500	1000	500	100
0,4	200	1500	1000	500	100
0,6	300	1500	1000	500	100
0,8	400	1500	1000	500	100
1,0	500	500	1000	−500	−100
1,2	400	500	1000	−500	−100
1,4	300	500	1000	−500	−100

Con un gráfico de flujos acumulados del estado de la cola L_t y tiempo de espera W_t se observa:

Longitud cola:
L_t = distancia vertical (líneas de demanda, capacidad acumuladas)

Tiempo espera:
W_t = distancia horizontal (líneas de demanda, capacidad acumuladas)

Estado de la cola: $L_t = 1500 - 1000 = 500$ en $t = 1$ hora



Demora total T_d

T_d = Área comprendida entre las líneas de demanda y capacidad acumuladas

$T_d = 2 \times (0,5 \times 500) = 500$ pasajeros/hora

Tiempo promedio de espera (demora) $W_q = \dfrac{T_d}{N_d}$ $\quad N_d \equiv$ número pasajeros afectados

$$W_q = \frac{T_d}{N_d} = \frac{500}{2000} = 0,25 \text{ horas} = 15 \text{ minutos}$$

Promedio de pasajeros en cola: $L_q = \dfrac{T_d}{t_d}$ $\quad t_d \equiv$ tiempo duración de la cola

Promedio pasajeros en cola $L_q = \dfrac{T_d}{t_d} = \dfrac{500}{2} = 250$ pasajeros