UAM
Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....
Apellidos .... Nombre ....
Ejercicio del día ....

- Método Vogel
- Método Esquina Noroeste
- Método Modi
- Método Húngaro
- Ejercicios resueltos con Winqsb

MÉTODO VOGEL O DE LAS PENALIZACIONES (VAM): Una empresa energética dispone de cuatro centrales para satisfacer la demanda diaria de energía eléctrica en cuatro provincias de Castilla y León. Las centrales eléctricas pueden satisfacer, respectivamente, 80, 30, 60 y 45 millones de Kw diarios. Las necesidades de las ciudades (A, B, C, D), respectivamente, son de 70, 40, 70 y 35 millones de Kw al día. La tabla adjunta refleja el costo asociado al envío de suministro eléctrico por cada millón de Kw entre cada central y cada ciudad.

Encontrar el Coste Mínimo por el Método de Vogel o Método de las Penalizaciones.

	Ciudades			
	A	B	C	D
Central 1	5	2	7	3
Central 2	3	6	6	1
Central 3	6	1	2	4
Central 4	4	3	6	6

Para aplicar el Método Vogel tiene que haber equilibrio entre la Oferta y la Demanda.

	Ciudades				
	A	B	C	D	Oferta
Central 1	5	2	7	3	80
Central 2	3	6	6	1	30
Central 3	6	1	2	4	60
Central 4	4	3	6	6	45
Demanda	70	40	70	35	215

Se determinan las medidas de penalización, se identifican los costos más bajos por fila y columna. Después se restan dichos valores y el resultado se denomina penalización.

	Ciudades					
	A	B	C	D	Oferta	P1
Central 1	5	2	7	3	80	3 – 2 = 1
Central 2	3	6	6	1	30	3 – 1 = 2
Central 3	6	1	2	4	60	2 – 1 = 1
Central 4	4	3	6	6	45	4 – 3 = 1
Demanda	70	40	70	35		
P1	4 – 3 = 1	2 – 1 = 1	6 – 2 = 4	3 – 1 = 2		

Después se identifica la fila/columna con mayor penalización, en este caso es la columna donde se encuentra el número 4.

En esa misma columna, se elige el menor costo (2) y se asigna la mayor cantidad posible para cubrir la demanda/oferta. En este caso, se le asignarán 60 millones de kw.

De este modo, la fila de la Central 3 va a desaparecer, ya que ha asignado toda su capacidad.

Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....
Apellidos .... Nombre ....
Ejercicio del día ....

	Ciudades				
	A	B	C	D	Oferta
Central 1	5	2	7	3	80
Central 2	3	6	6	1	30
Central 3	6	1	60 | 2	4	0
Central 4	4	3	6	6	45
Demanda	70	40	10	35	

Se repite el mismo proceso con la segunda penalización

	Ciudades					
	A	B	C	D	Oferta	P2
Central 1	5	2	7	3	80	1
Central 2	3	6	6	1	30	2
Central 3	6	1	60 | 2	4	0	
Central 4	4	3	6	6	45	1
Demanda	70	40	10	35		
P2	1	1	0	2		

Después se identifica la fila/columna con mayor penalización, en este caso hay dos opciones con el valor 2 - Ciudad D y Central 2 - Se elige libremente la Ciudad D.
En la columna de la Ciudad D se asignan 30 millones de kw al menor costo (1).
De este modo, la fila de la Central 2 va a desaparecer, ya que ha asignado toda su capacidad.

	Ciudades				
	A	B	C	D	Oferta
Central 1	5	2	7	3	80
Central 2	3	6	6	30 | 1	0
Central 3	6	1	60 | 2	4	0
Central 4	4	3	6	6	45
Demanda	70	40	10	5	

Se repite el mismo proceso con la tercera penalización

	Ciudades					
	A	B	C	D	Oferta	P3
Central 1	5	2	7	3	80	1
Central 2	3	6	6	30 | 1	0	
Central 3	6	1	60 | 2	4	0	
Central 4	4	3	6	6	45	1
Demanda	70	40	10	35		
P3	1	1	1	3		

En la columna de la Ciudad D (mayor penalización) se elige el menor costo (3), asignando 5 millones de kw. La Ciudad D ha satisfecho su demanda, por lo que se marca. Por otra parte, la oferta de la Central 1 se reduce a 75 millones de kw.

	Ciudades				
	A	B	C	D	Oferta
Central 1	5	2	7	5 | 3	75
Central 2	3	6	6	30 | 1	0
Central 3	6	1	60 | 2	4	0
Central 4	4	3	6	6	45
Demanda	70	40	10	0	

Se repite el mismo proceso con la cuarta penalización

	Ciudades					
	A	B	C	D	Oferta	P4
Central 1	5	2	7	5 | 3	75	3
Central 2	3	6	6	30 | 1	0	
Central 3	6	1	60 | 2	4	0	
Central 4	4	3	6	6	45	1
Demanda	70	40	10	35		
P4	1	1	1			

En la fila de la Central 1 (mayor penalización) se elige el menor costo (2), asignando 40 millones de kw. La Ciudad B ha satisfecho su demanda, por lo que se marca. Por otra parte, la oferta de la Central 1 se reduce a 35 millones de kw.

	Ciudades				
	A	B	C	D	Oferta
Central 1	5	40 | 2	7	5 | 3	35
Central 2	3	6	6	30 | 1	0
Central 3	6	1	60 | 2	4	0
Central 4	4	3	6	6	45
Demanda	70	0	10	0	

Se repite el mismo proceso con la quinta penalización

	Ciudades					
	A	B	C	D	Oferta	P5
Central 1	5	40 2	7	5 3	35	2
Central 2	3	6	6	30 1	0	
Central 3	6	1	60 2	4	0	
Central 4	4	3	6	6	45	2
Demanda	70	0	10	35		
P5	1		1			

Se adjudica 35 millones de kw a la ciudad A desde la Central 1, quedando anulada su oferta, por lo que se marca la fila de la Central 1.

	Ciudades				
	A	B	C	D	Oferta
Central 1	35 5	40 2	7	5 3	0
Central 2	3	6	6	30 1	0
Central 3	6	1	60 2	4	0
Central 4	4	3	6	6	45
Demanda	35	0	10	0	

Finalmente, desde la Central 4 se adjudica 35 millones de kw a la ciudad A y 10 millones de kw a la ciudad C.

	Ciudades				
	A	B	C	D	Oferta
Central 1	35 5	40 2	7	5 3	0
Central 2	3	6	6	30 1	0
Central 3	6	1	60 2	4	0
Central 4	35 4	3	10 6	6	0
Demanda	0	0	0	0	

La demanda queda satisfecha sin superar los niveles establecidos por la oferta de cada central.

El Costo total del envío de energía por ciudad es:

$$Z_0 = 35 \times 5 + 40 \times 2 + 5 \times 3 + 30 \times 1 + 60 \times 2 + 35 \times 4 + 10 \times 6 = 620 \text{ millones euros}$$

Hoja nº ....

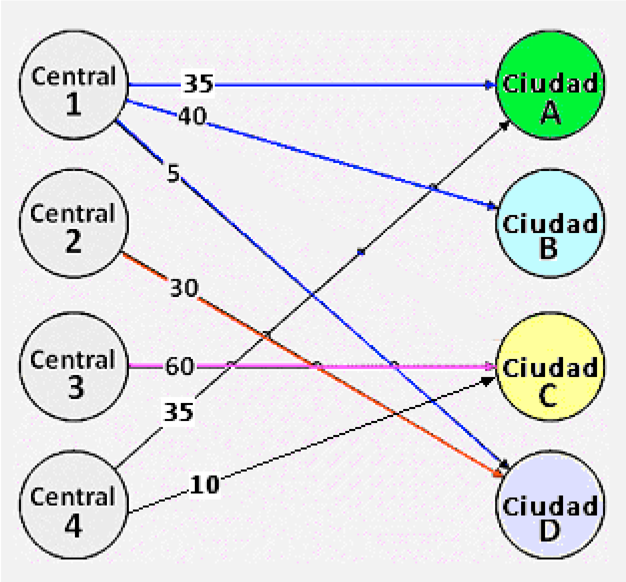
Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

Distribución de energía eléctrica desde las Centrales Eléctricas a las cuatro Ciudades.



MÉTODO DE LA ESQUINA NOROESTE (NWC)

Las especificaciones del problema se completan en la siguiente tabla:

Ciudades	A	B	C	D	Oferta
Central 1	5	2	7	3	80
Central 2	3	6	6	1	30
Central 3	6	1	2	4	60
Central 4	4	3	6	6	45
Demanda	70	40	70	35	

La matriz es balanceada, las unidades que se ofertan coinciden con las unidades que se demandan.

Se selecciona la demanda a la esquina más al noroeste, de manera que no sobrepase la oferta, en caso contrario se asigna la mayor cantidad. En este caso, se asignan 70 millones de kw a la ciudad A.
Una vez restada la cantidad asignada, la demanda de la ciudad A es cero, se procede a marcar la columna de la ciudad A, continuando el proceso de asignación.

Ciudades	A	B	C	D	Oferta
Central 1	70	5	2	7	3	10
Central 2	3	6	6	1	30
Central 3	6	1	2	4	60
Central 4	4	3	6	6	45
Demanda	0	40	70	35	

En la nueva esquina noroeste (ciudad B) se asigna los 10 millones de kw restantes, quedando la oferta de la Central 1 a cero, se marca la línea de la Central 1. La ciudad B queda todavía con una demanda de 30 millones de kw.

Ciudades	A	B	C	D	Oferta
Central 1	70 5	10 2	7	3	0
Central 2	3	6	6	1	30
Central 3	6	1	2	4	60
Central 4	4	3	6	6	45
Demanda	0	30	70	35	

En la nueva esquina noroeste, la Central 2 tiene la misma oferta y demanda (30 millones kw).
En esta situación, tanto la Oferta como la Demanda se quedan a 0, se elimina arbitrariamente fila o columna, el que queda permanece con oferta o demanda 0.
Se puede utilizar el criterio de anular la fila o columna que presente los costos más elevados, en este caso sería la Central 2, que se marca al quedar sin oferta.

Ciudades	A	B	C	D	Oferta
Central 1	70 5	10 2	7	3	0
Central 2	3	30 6	6	1	0
Central 3	6	1	2	4	60
Central 4	4	3	6	6	45
Demanda	0	0	70	35	

En la nueva esquina noroeste no se pueden asignar valores, teniendo que buscar otra esquina.

Ciudades	A	B	C	D	Oferta
Central 1	70 5	10 2	7	3	0
Central 2	3	30 6	6	1	0
Central 3	6	1 $\xrightarrow{60}$	2	4	60
Central 4	4	3	6	6	45
Demanda	0	0	70	35	

Ciudades	A	B	C	D	Oferta
Central 1	70 5	10 2	7	3	0
Central 2	3	30 6	6	1	0
Central 3	6	1	60 2	4	0
Central 4	4	3	6	6	45
Demanda	0	0	10	35	

La Central 3 se ha quedado sin oferta, por lo que se elimina.

Queda solamente la Central 4 para ofertar, asignando a las ciudades C y D las cantidades requeridas.

Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....
Apellidos .... Nombre ....
Ejercicio del día ....

Ciudades	A		B		C		D		Oferta
Central 1	70	5	10	2		7		3	0
Central 2		3	30	6		6		1	0
Central 3		6		1	60	2		4	0
Central 4		4		3	10	6	35	6	0
Demanda	0		0		0		0		

El cuadro de asignaciones y de costo se refleja en la tabla:

Ciudades	A		B		C		D	
Central 1	70	5	10	2				
Central 2			30	6				
Central 3					60	2		
Central 4					10	6	35	6
Costo	350		200		180		210	

$Z_0 = 70 \times 5 + 10 \times 2 + 30 \times 6 + 60 \times 2 + 10 \times 6 + 35 \times 6 = 940$ millones euros

Señalar que el método de la Esquina Noroeste (NWC) tiene un mínimo de cálculos, ignorando los costos considera todas las restricciones para su elaboración.

Es útil en problemas con innumerables orígenes y destinos en los que importe satisfacer las Demandas. Es el algoritmo de transporte menos probable para ofrecer una buena solución de bajo costo.

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

MÉTODO DEL SIMPLEX

El método del Simplex obtiene los mejores valores para las variables decisión, esto es, aquellos valores que satisfacen simultáneamente todas las restricciones y proporcionan el valor óptimo para la función objetivo.

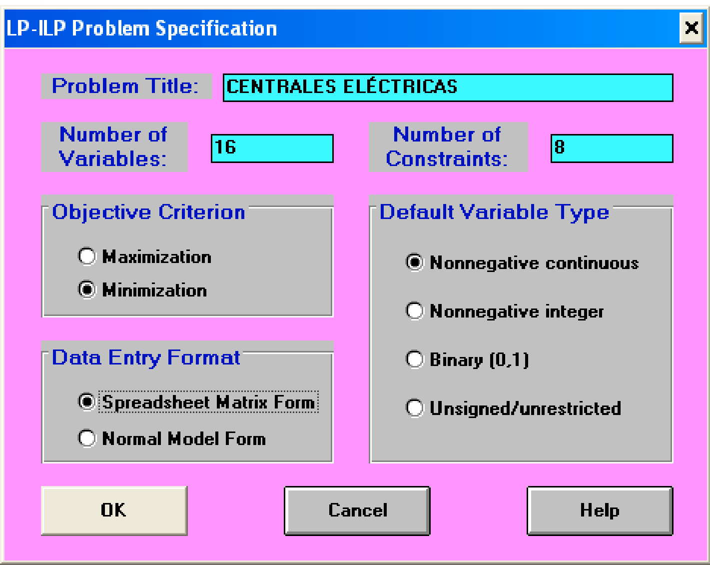
Mientras que los métodos heurísticos: Esquina Noroeste (NWC), Vogel o de las Penalizaciones (VAM), Costes Ficticios (MODI), permiten obtener una solución básica factible inicial (no artificial), próxima a la solución óptima, con la ventaja de obtener ahorros considerables en tiempo.

	Ciudad A	Ciudad B	Ciudad C	Ciudad D	Oferta
Central 1	5 x_1	2 x_2	7 x_3	3 x_4	80
Central 2	3 x_5	6 x_6	6 x_7	1 x_8	30
Central 3	6 x_9	1 x_{10}	2 x_{11}	4 x_{12}	60
Central 4	4 x_{13}	3 x_{14}	6 x_{15}	6 x_{16}	45
Demanda	70	40	70	35	215

Función objetivo:
$$z = (5x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 3x_4) + (3x_5 + 6x_6 + 6x_7 + x_8) + $$
$$+ (6x_9 + x_{10} + 2x_{11} + 4x_{12}) + (4x_{13} + 3x_{14} + 6x_{15} + 6x_{16})$$
(16 variables)

restricciones:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 80 \\ x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 30 \\ x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 60 \\ x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 45 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_5 + x_9 + x_{13} = 70 \\ x_2 + x_6 + x_{10} + x_{14} = 40 \\ x_3 + x_7 + x_{11} + x_{15} = 70 \\ x_4 + x_8 + x_{12} + x_{16} = 35 \end{cases}$$
(8 restricciones)

WinQSB / Linear and Integer Programming



Hoja nº ....

UAM
Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....
Apellidos .... Nombre ....
Ejercicio del día ....

Linear and Integer Programming

File Edit Format Solve and Analyze Results Utilities Window WinQSB Help

DISTRIBUCIÓN ELECTRICIDAD

Minimize	5X1+2X2+7X3+3X4+3X5+6X6+6X7+1X8+6X9+1X10+2X11+4X12+4X13+3X14+6X15+6X16
	OBJ/Constraint/VariableType/Bound
Minimize	5X1+2X2+7X3+3X4+3X5+6X6+6X7+1X8+6X9+1X10+2X11+4X12+4X13+3X14+6X15+6X16
C1	1X1+1X2+1X3+1X4=80
C2	1X5+1X6+1X7+1X8=30
C3	1X9+1X10+1X11+1X12=60
C4	1X13+1X14+1X15+1X16=45
C5	1X1+1X5+1X9+1X13=70
C6	1X2+1X6+1X10+1X14=40
C7	1X3+1X7+1X11+1X15=70
C8	1X4+1X8+1X12+1X16=35
Integer:	
Binary:	
Unrestricted:	
X1	>=0, <=M
X2	>=0, <=M
X3	>=0, <=M
X4	>=0, <=M
X5	>=0, <=M
X6	>=0, <=M
X7	>=0, <=M
X8	>=0, <=M
X9	>=0, <=M
X10	>=0, <=M
X11	>=0, <=M
X12	>=0, <=M
X13	>=0, <=M
X14	>=0, <=M
X15	>=0, <=M
X16	>=0, <=M

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

Forma Matricial: Format / Switch to Matriz Form

Linear and Integer Programming

File Edit Format Solve and Analyze Results Utilities Window WinQSB Help

DISTRIBUCIÓN ELECTRICIDAD

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	Direction	R. H. S.
Minimize	5	2	7	3	3	6	6	1	6	1	2	4	4	3	6	6		
C1	1	1	1	1													=	80
C2					1	1	1	1									=	30
C3									1	1	1	1					=	60
C4													1	1	1	1	=	45
C5	1				1				1				1				=	70
C6		1				1				1				1			=	40
C7			1				1				1				1		=	70
C8				1				1				1				1	=	35
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		

Linear and Integer Programming

File Format Results Utilities Window Help

Combined Report for DISTRIBUCIÓN ELECTRICIDAD

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	25,0000	5,0000	125,0000	0	basic	5,0000	5,0000
2	X2	40,0000	2,0000	80,0000	0	basic	-M	4,0000
3	X3	10,0000	7,0000	70,0000	0	basic	3,0000	7,0000
4	X4	5,0000	3,0000	15,0000	0	basic	3,0000	7,0000
5	X5	0	3,0000	0	0	at bound	3,0000	M
6	X6	0	6,0000	0	6,0000	at bound	0	M
7	X7	0	6,0000	0	1,0000	at bound	5,0000	M
8	X8	30,0000	1,0000	30,0000	0	basic	-M	1,0000
9	X9	0	6,0000	0	6,0000	at bound	0	M
10	X10	0	1,0000	0	4,0000	at bound	-3,0000	M
11	X11	60,0000	2,0000	120,0000	0	basic	-M	6,0000
12	X12	0	4,0000	0	6,0000	at bound	-2,0000	M
13	X13	45,0000	4,0000	180,0000	0	basic	-M	4,0000
14	X14	0	3,0000	0	2,0000	at bound	1,0000	M
15	X15	0	6,0000	0	0	at bound	6,0000	M
16	X16	0	6,0000	0	4,0000	at bound	2,0000	M
	Objective	Function	(Min.) =	620,0000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	80,0000	=	80,0000	0	0	80,0000	M
2	C2	30,0000	=	30,0000	0	-2,0000	30,0000	35,0000
3	C3	60,0000	=	60,0000	0	-5,0000	60,0000	70,0000
4	C4	45,0000	=	45,0000	0	-1,0000	45,0000	70,0000
5	C5	70,0000	=	70,0000	0	5,0000	45,0000	70,0000
6	C6	40,0000	=	40,0000	0	2,0000	0	40,0000
7	C7	70,0000	=	70,0000	0	7,0000	60,0000	70,0000
8	C8	35,0000	=	35,0000	0	3,0000	30,0000	35,0000

UAM Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

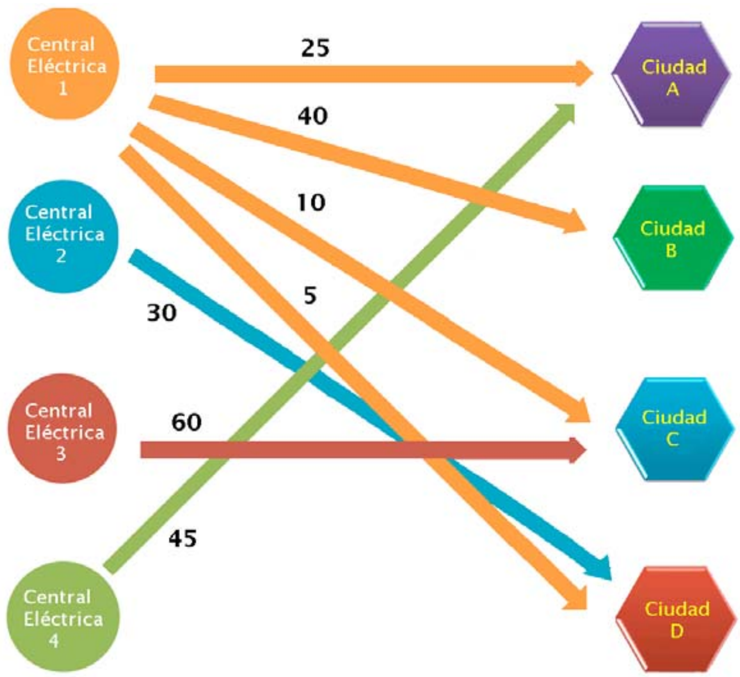
Interpretación del resultado:

$x_{ij} \equiv x_{\text{origen destino}}$: $x_{11} = 25$ $x_{12} = 40$ $x_{13} = 10$ $x_{14} = 5$ $x_{24} = 30$ $x_{33} = 60$ $x_{41} = 45$

	Ciudad A	Ciudad B	Ciudad C	Ciudad D	Oferta
Central 1	$5\,(x_1 = 25)$	$2\,(x_2 = 40)$	$7\,(x_3 = 10)$	$3\,(x_4 = 5)$	80
Central 2				$1\,(x_8 = 30)$	30
Central 3			$2\,(x_{11} = 60)$		60
Central 4	$4\,(x_{13} = 45)$				45
Demanda	70	40	70	35	215

Función objetivo:

$$z = 5x_{11} + 2x_{12} + 7x_{13} + 3x_{14} + x_{24} + 2x_{33} + 4x_{41} =$$
$$= 5 \times 25 + 2 \times 40 + 7 \times 10 + 3 \times 5 + 30 + 2 \times 60 + 4 \times 45 = 620 \text{ millones euros}$$



UAM Universidad Autónoma de Madrid

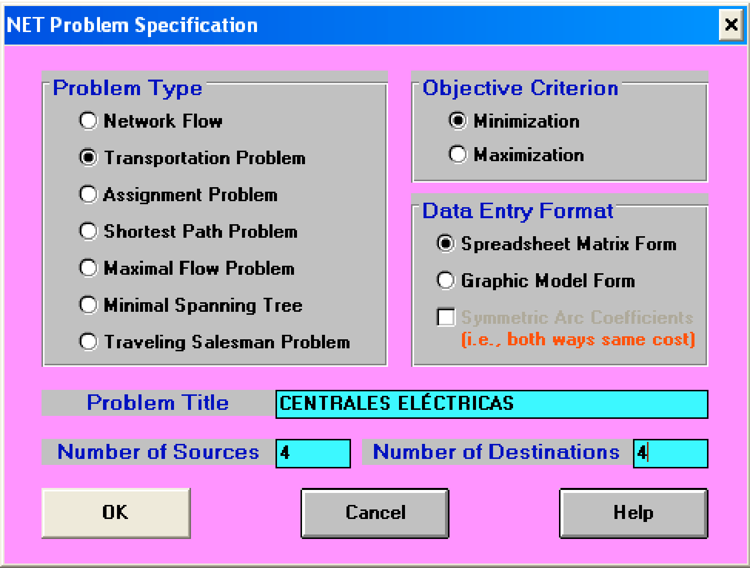
Asignatura .... Grupo ....

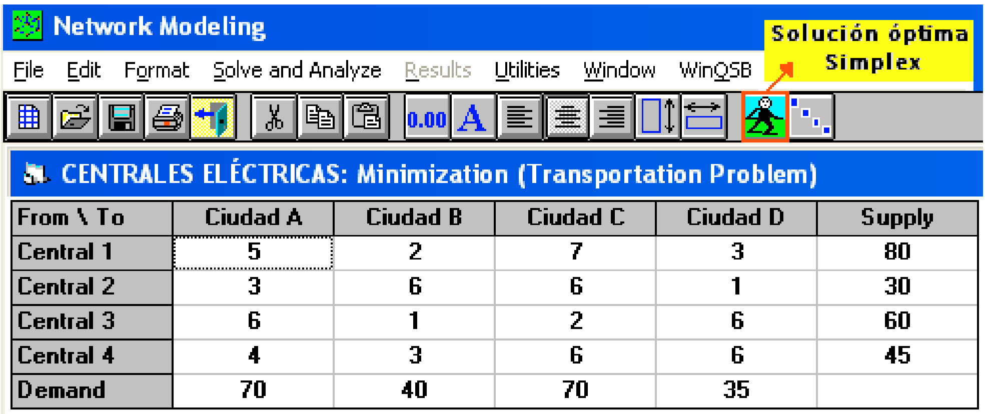
Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

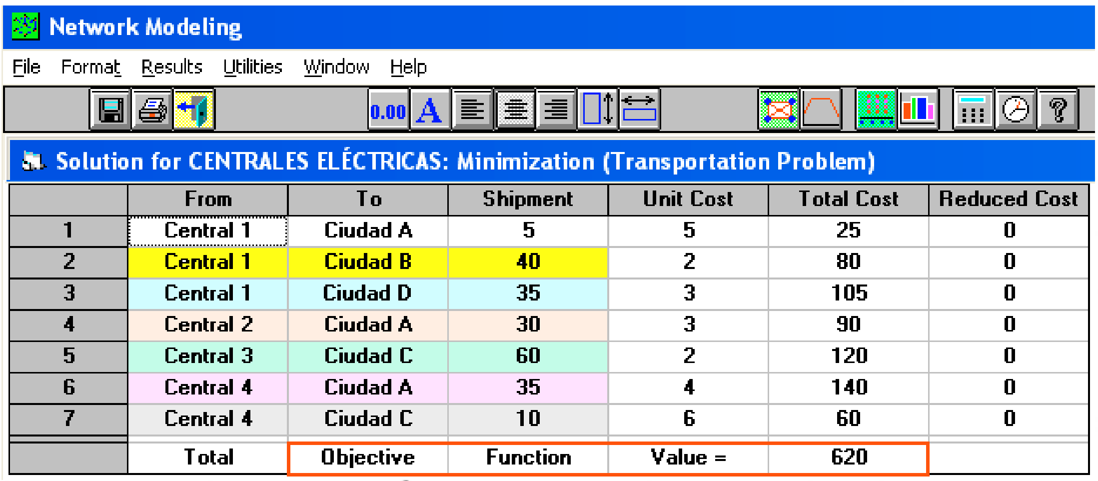
MÉTODOS HEURÍSTICOS: ESQUINA NOROESTE (NWC) - VOGEL (VAM)

WinQSB / Net Problem Specification - Transportation Problem





From \ To	Ciudad A	Ciudad B	Ciudad C	Ciudad D	Supply
Central 1	5	2	7	3	80
Central 2	3	6	6	1	30
Central 3	6	1	2	6	60
Central 4	4	3	6	6	45
Demand	70	40	70	35	



	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Central 1	Ciudad A	5	5	25	0
2	Central 1	Ciudad B	40	2	80	0
3	Central 1	Ciudad D	35	3	105	0
4	Central 2	Ciudad A	30	3	90	0
5	Central 3	Ciudad C	60	2	120	0
6	Central 4	Ciudad A	35	4	140	0
7	Central 4	Ciudad C	10	6	60	0
	Total	Objective	Function	Value =	620	

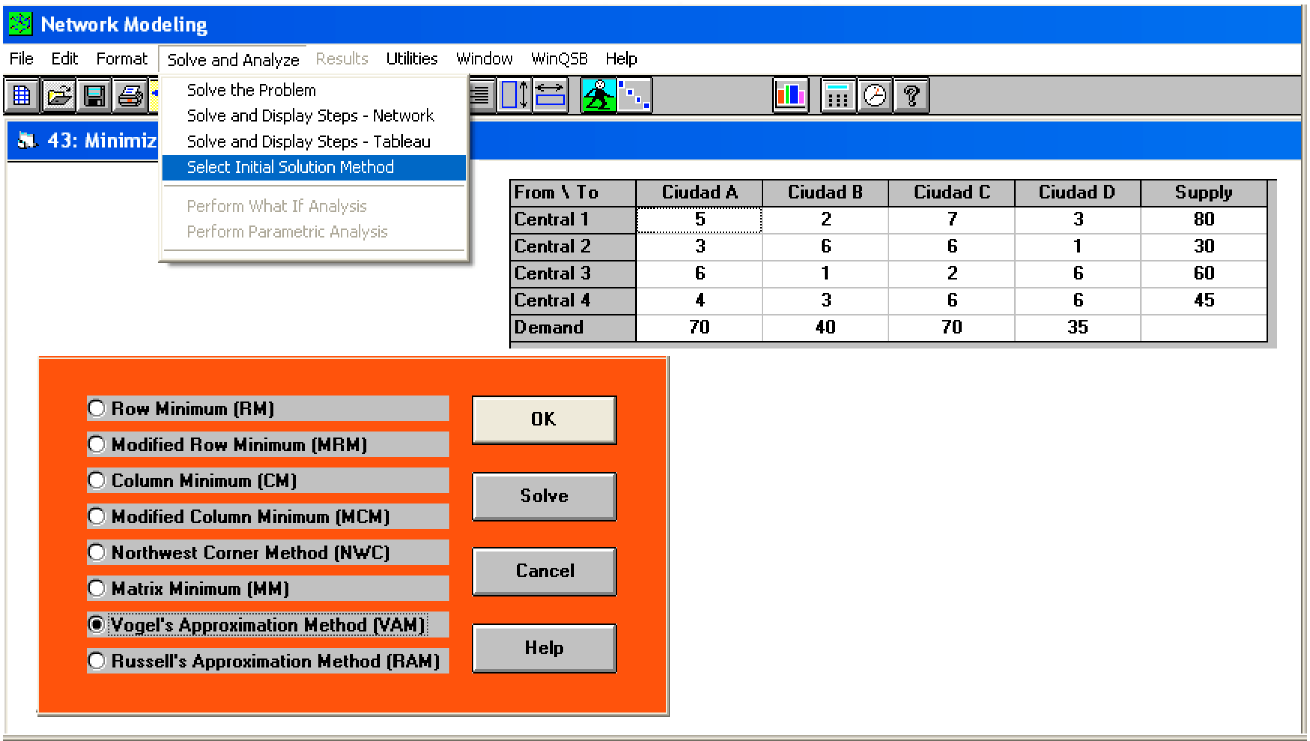
Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

El resultado con Algoritmos heurísticos: Solve and Analyze / Select Initial Soluction Method

MÉTODO de VOGEL (VAM) : Solve and Analyze / Select Initial Soluction Method



Solve and Analyze / Solve and Display Steps - Tableau

Transportation Tableau for CENTRALES ELÉCTRICAS - Iteration 1 (Final)

From \ To	Ciudad A	Ciudad B	Ciudad C	Ciudad D	Supply	Dual P(i)
Central 1	5 / 35	2 / 40	7	3 / 5	80	0
Central 2	3	6	6	1 / 30	30	-2
Central 3	6	1	2 / 60	6	60	-5
Central 4	4 / 35	3	6 / 10	6	45	-1
Demand	70	40	70	35		
Dual P(j)	5	2	7	3		

Objective Value = 620 (Minimization)

En este caso, la solución de la aproximación de Vogel coincide con la solución óptima del Simplex.

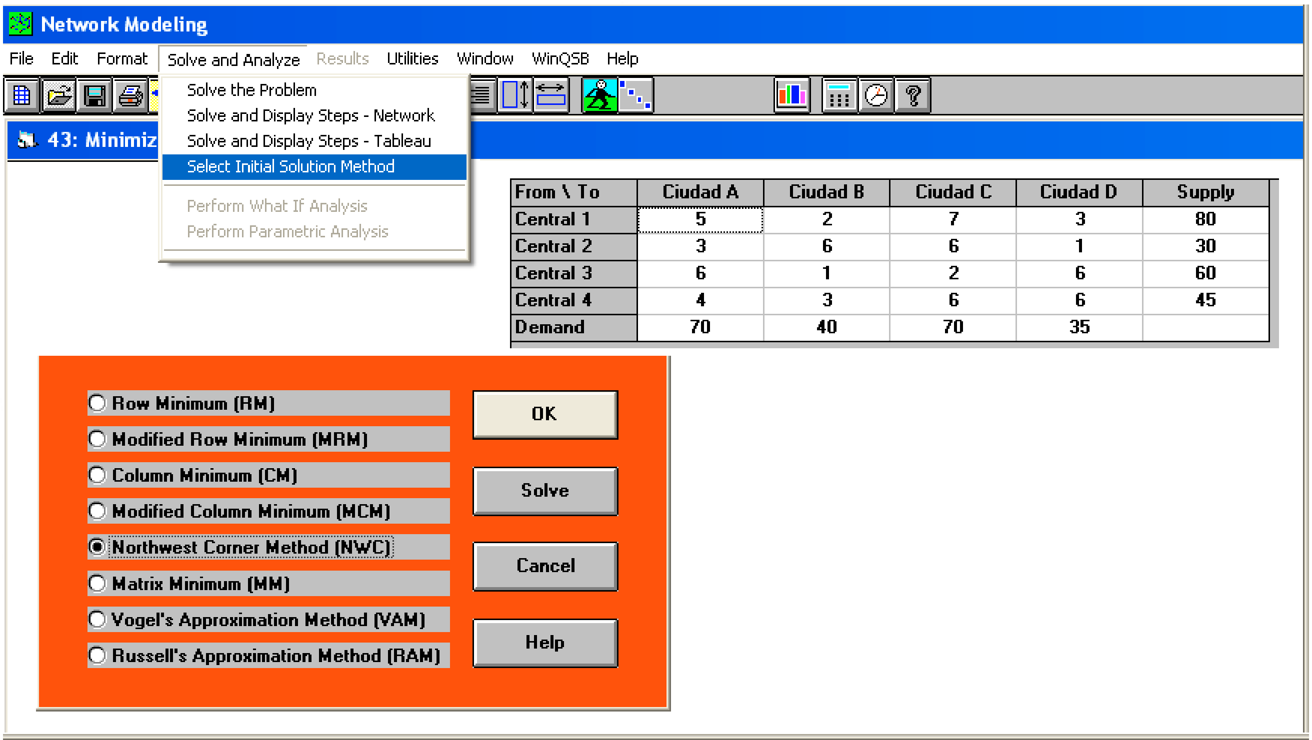
Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

MÉTODO ESQUINA NOROESTE (NWC) : Solve and Analyze / Select Initial Soluction Method



From \ To	Ciudad A	Ciudad B	Ciudad C	Ciudad D	Supply
Central 1	5	2	7	3	80
Central 2	3	6	6	1	30
Central 3	6	1	2	6	60
Central 4	4	3	6	6	45
Demand	70	40	70	35	

Solve and Analyze / Solve and Display Steps - Tableau

Transportation Tableau for CENTRALES ELÉCTRICAS - Iteration 1

	Ciudad A	Ciudad B	Ciudad C	Ciudad D	Supply	Dual P(i)
Central 1	5 70	2 10	7	3	80	0
Central 2	3 Cij=-6 **	6 30*	6 0	1	30	4
Central 3	6	1	2 60	6	60	0
Central 4	4	3	6 10	6 35	45	4
Demand	70	40	70	35		
Dual P(j)	5	2	2	2		

Objective Value = 940 (Minimization)

** Entering: Central 2 to Ciudad A   * Leaving: Central 2 to Ciudad B

(IMPRESO EN PAPEL RECICLADO)

UNICAMENTE PARA USO ESCOLAR

ASIGNACIÓN DE CENTRALES ELÉCTRICAS A CIUDADES: MÉTODO HÚNGARO

Se inicia aplicando el Método Húngaro con el objetivo de determinar la asignación de coste mínimo entre Centrales Eléctricas y Ciudades.

El algoritmo utiliza la propiedad de reducción de matrices, para reducir la matriz original de costo, hasta que los costos asociados C_{ij} con la asignación óptima, sean 0 y todos los otros costos sean no negativos.

En cada iteración del algoritmo, se reduce la matriz de tal manera que haya al menos un 0 en cada fila y columna. Si el número mínimo de filas y/o columnas necesarias para cubrir todos los ceros es n, entonces existe una asignación óptima (no necesariamente única).

Especificaciones del problema:

Ciudades	A	B	C	D
Central 1	5	2	7	3
Central 2	3	6	6	1
Central 3	6	1	2	4
Central 4	4	3	6	6

Para aplicar el método Húngaro el modelo tiene que ser balanceado, es decir, el número de filas y el de columnas debe ser igual.

Se encuentra el menor número de cada fila.

Ciudades

	A	B	C	D
Central 1	5	2	7	3
Central 2	3	6	6	1
Central 3	6	1	2	4
Central 4	4	3	6	6

Se resta en cada fila de la matriz original el menor elemento encontrado en cada fila.

Ciudades

	A	B	C	D
Central 1	3	0	5	1
Central 2	2	5	5	0
Central 3	5	0	1	3
Central 4	1	0	3	3

Se repite en la nueva matriz el mismo proceso con las columnas. Se busca el menor elemento de cada columna.

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

Ciudades

	A	B	C	D
Central 1	3	0	5	1
Central 2	2	5	5	0
Central 3	5	0	1	3
Central 4	1	0	3	3

Se resta en cada columna de la nueva matriz el menor elemento encontrado en ella.

Ciudades

	A	B	C	D
Central 1	2	0	4	1
Central 2	1	5	4	0
Central 3	4	0	0	3
Central 4	0	0	2	3

Se resta en cada columna de la nueva matriz el menor elemento encontrado en ella.

Se traza la menor cantidad de combinaciones de líneas horizontales y líneas verticales a la matriz resultante, con el objetivo de cubrir todos los 0 de la matriz de costo reducido.

Ciudades

	A	B	C	D
Central 1	~~2~~	~~0~~	~~4~~	~~1~~
Central 2	~~1~~	~~5~~	~~4~~	~~0~~
Central 3	~~4~~	~~0~~	~~0~~	~~3~~
Central 4	~~0~~	~~0~~	~~2~~	~~3~~

El algoritmo finaliza porque el número de líneas trazadas es igual al grado de la matriz.

ASIGNACIÓN: En la matriz de costo reducido se inicia por la fila que tenga menos ceros y tachando los ceros de la fila y columna donde se realizó la asignación.

Se asigna la Central 1 a la Ciudad B y se tachan todos los 0 que hay en esa fila o columna..

Ciudades

	A	B	C	D
Central 1	2	0	4	1
Central 2	1	5	4	0
Central 3	4	~~0~~	0	3
Central 4	0	~~0~~	2	3

Se asigna la Central 2 a la Ciudad D y se tachan todos los 0 que hay en esa fila o columna.

Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....
Apellidos .... Nombre ....
Ejercicio del día ....

Ciudades

	A	B	C	D
Central 1	2	0	4	1
Central 2	1	5	4	0
Central 3	4	$\cancel{0}$	0	3
Central 4	0	$\cancel{0}$	2	3

Se asigna la Central 3 a la Ciudad C y se tachan todos los 0 que hay en esa fila o columna.

Ciudades

	A	B	C	D
Central 1	2	0	4	1
Central 2	1	5	4	0
Central 3	4	$\cancel{0}$	0	3
Central 4	0	$\cancel{0}$	2	3

Finalmente, se asigna la Central 4 a la Ciudad A.

Ciudades

	A	B	C	D
Central 1	2	0	4	1
Central 2	1	5	4	0
Central 3	4	$\cancel{0}$	0	3
Central 4	0	$\cancel{0}$	2	3

Asignación óptima:

Ciudades

	A	B	C	D
Central 1		2 0		
Central 2				1 0
Central 3			2 0	
Central 4	4 0			

Coste mínimo de asignación: $Z_0 = 4 + 2 + 2 + 1 = 9$ euros

UAM Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

MÉTODO DEL SIMPLEX: ASIGNACIÓN ÓPTIMA

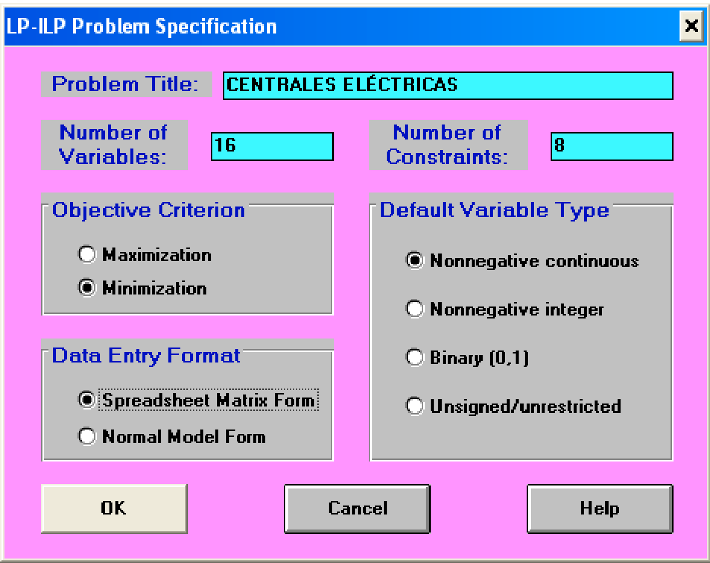
	Ciudad A	Ciudad B	Ciudad C	Ciudad D	
Central 1	$5\,x_1$	$2\,x_2$	$7\,x_3$	$3\,x_4$	1
Central 2	$3\,x_5$	$6\,x_6$	$6\,x_7$	$1\,x_8$	1
Central 3	$6\,x_9$	$1\,x_{10}$	$2\,x_{11}$	$4\,x_{12}$	1
Central 4	$4\,x_{13}$	$3\,x_{14}$	$6\,x_{15}$	$6\,x_{16}$	1
	1	1	1	1	1

Función objetivo:
$$z = (5x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 3x_4) + (3x_5 + 6x_6 + 6x_7 + x_8) + \\ + (6x_9 + x_{10} + 2x_{11} + 4x_{12}) + (4x_{13} + 3x_{14} + 6x_{15} + 6x_{16})$$
(16 variables)

Las restricciones se establecen asumiendo que una Central solo se puede asignar a una Ciudad.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 1 \\ x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 1 \\ x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_5 + x_9 + x_{13} = 1 \\ x_2 + x_6 + x_{10} + x_{14} = 1 \\ x_3 + x_7 + x_{11} + x_{15} = 1 \\ x_4 + x_8 + x_{12} + x_{16} = 1 \end{cases}$$
(8 restricciones)

WinQSB / Linear and Integer Programming



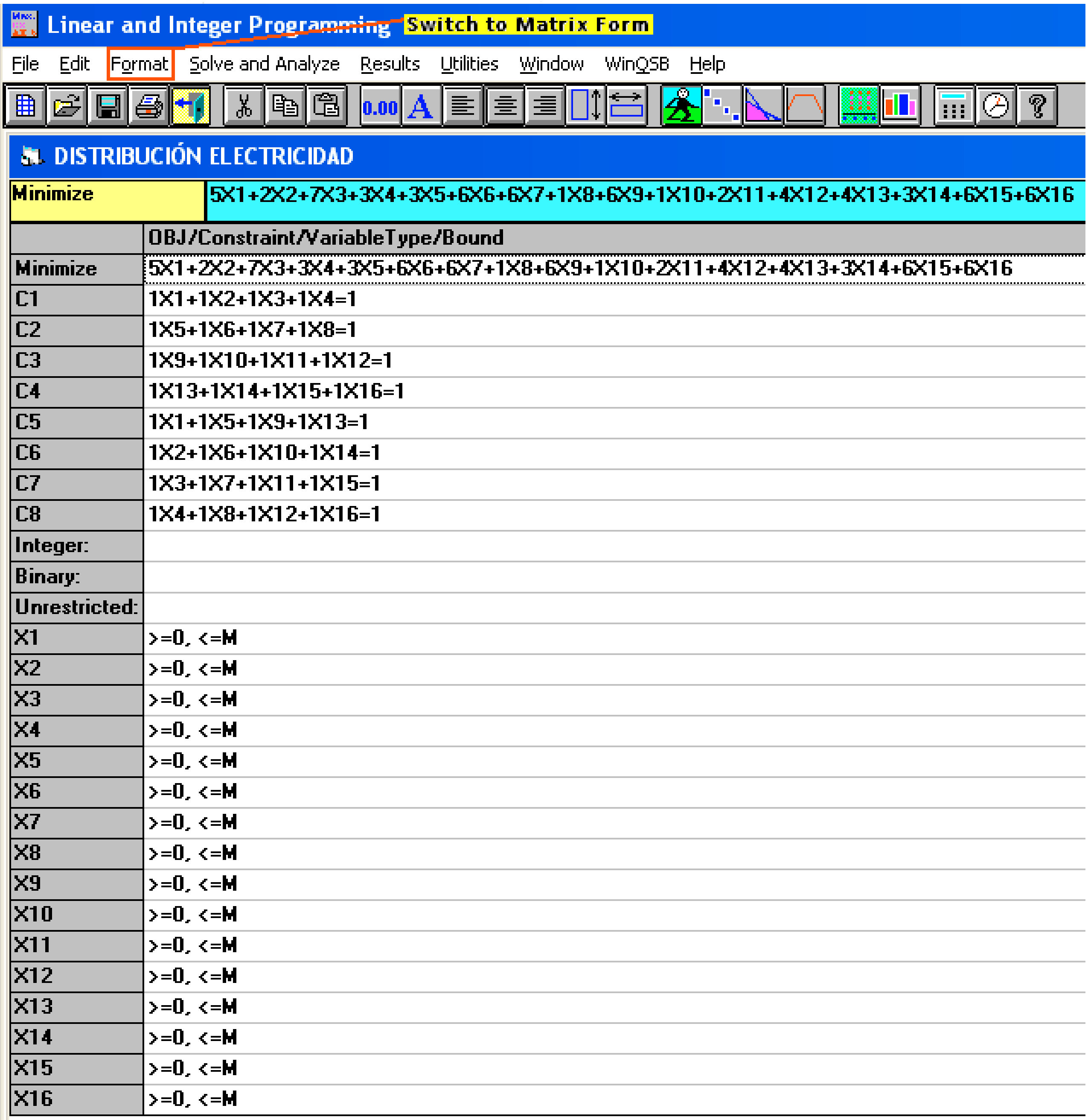
Hoja nº ....

UAM
Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....



Linear and Integer Programming — Switch to Matrix Form

File Edit Format Solve and Analyze Results Utilities Window WinQSB Help

DISTRIBUCIÓN ELECTRICIDAD

Minimize: 5X1+2X2+7X3+3X4+3X5+6X6+6X7+1X8+6X9+1X10+2X11+4X12+4X13+3X14+6X15+6X16

	OBJ/Constraint/VariableType/Bound
Minimize	5X1+2X2+7X3+3X4+3X5+6X6+6X7+1X8+6X9+1X10+2X11+4X12+4X13+3X14+6X15+6X16
C1	1X1+1X2+1X3+1X4=1
C2	1X5+1X6+1X7+1X8=1
C3	1X9+1X10+1X11+1X12=1
C4	1X13+1X14+1X15+1X16=1
C5	1X1+1X5+1X9+1X13=1
C6	1X2+1X6+1X10+1X14=1
C7	1X3+1X7+1X11+1X15=1
C8	1X4+1X8+1X12+1X16=1
Integer:	
Binary:	
Unrestricted:	
X1	>=0, <=M
X2	>=0, <=M
X3	>=0, <=M
X4	>=0, <=M
X5	>=0, <=M
X6	>=0, <=M
X7	>=0, <=M
X8	>=0, <=M
X9	>=0, <=M
X10	>=0, <=M
X11	>=0, <=M
X12	>=0, <=M
X13	>=0, <=M
X14	>=0, <=M
X15	>=0, <=M
X16	>=0, <=M

UAM Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

Linear and Integer Programming

File Edit Format Solve and Analyze Results Utilities Window WinQSB Help **Solución Óptima**

DISTRIBUCIÓN ELECTRICIDAD

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	Direction	R. H. S.
Minimize	5	2	7	3	3	6	6	1	6	1	2	4	4	3	6	6		
C1	1	1	1	1													=	1
C2					1	1	1	1									=	1
C3									1	1	1	1					=	1
C4													1	1	1	1	=	1
C5	1				1				1				1				=	1
C6		1				1				1				1			=	1
C7			1				1				1				1		=	1
C8				1				1				1				1	=	1
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	ntinuo	ntinuo	ntinuc	ntinuc	ntinuo	ontinuo	ntinuo	ntinuo	ontinuo	ntinuo	ntinuo	ntinuo	ntinuc	ontinuo	ntinuo	ntinuo		

Linear and Integer Programming

File Format Results Utilities Window Help

Combined Report for DISTRIBUCIÓN ELECTRICIDAD

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	5,0000	0	1,0000	at bound	4,0000	M
2	X2	1,0000	2,0000	2,0000	0	basic	1,0000	3,0000
3	X3	0	7,0000	0	4,0000	at bound	3,0000	M
4	X4	0	3,0000	0	1,0000	at bound	2,0000	M
5	X5	0	3,0000	0	0	basic	2,0000	4,0000
6	X6	0	6,0000	0	5,0000	at bound	1,0000	M
7	X7	0	6,0000	0	4,0000	at bound	2,0000	M
8	X8	1,0000	1,0000	1,0000	0	basic	-M	2,0000
9	X9	0	6,0000	0	3,0000	at bound	3,0000	M
10	X10	0	1,0000	0	0	basic	-2,0000	2,0000
11	X11	1,0000	2,0000	2,0000	0	basic	-M	5,0000
12	X12	0	4,0000	0	3,0000	at bound	1,0000	M
13	X13	1,0000	4,0000	4,0000	0	basic	3,0000	5,0000
14	X14	0	3,0000	0	1,0000	at bound	2,0000	M
15	X15	0	6,0000	0	3,0000	at bound	3,0000	M
16	X16	0	6,0000	0	4,0000	at bound	2,0000	M
	Objective	Function	(Min.) =	9,0000				

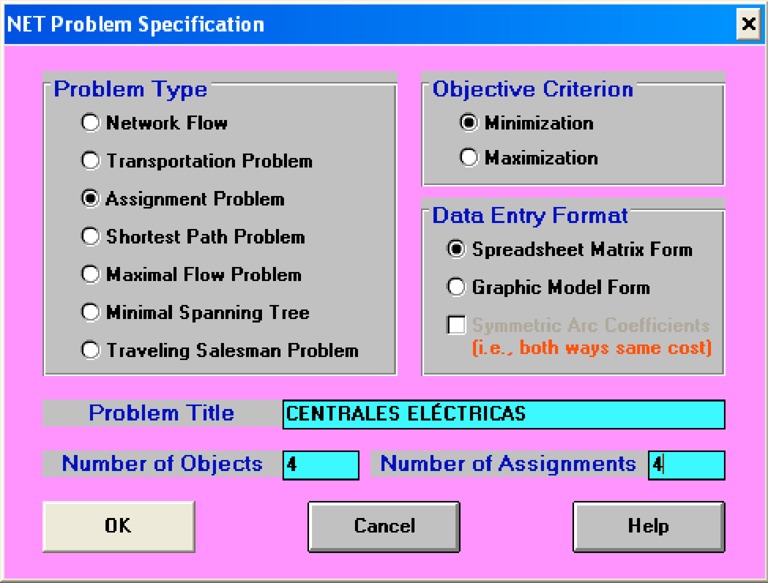
Universidad Autónoma de Madrid

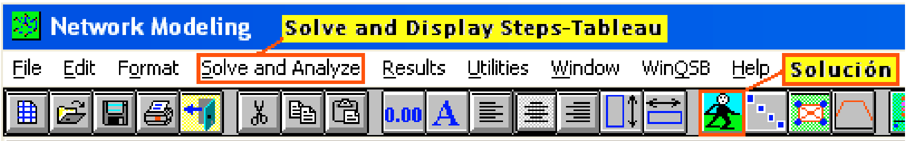
Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

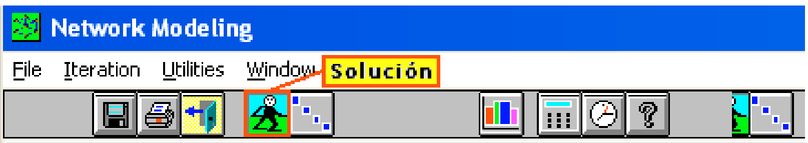
MÉTODO HEURÍSTICO: Net Problem Specification - Assignment Problem





CENTRALES ELÉCTRICAS: Minimization (Assignment Problem)

From \ To	Ciudad A	Ciudad B	Ciudad C	Ciudad D
Central 1	5	2	7	3
Central 2	3	6	6	1
Central 3	6	1	2	6
Central 4	4	3	6	6



Hungarian Method for CENTRALES ELÉCTRICAS - Iteration 1 (Final)

	Ciudad A	Ciudad B	Ciudad C	Ciudad D
Central 1	2	0	4	1
Central 2	1	5	4	0
Central 3	4	0	0	5
Central 4	0	0	2	3

UAM
Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

Network Modeling

File Format Results Utilities Window Help

Solution for CENTRALES ELÉCTRICAS: Minimization (Assignment Problem)

	From	To	Assignment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Central 1	Ciudad B	1	2	2	0
2	Central 2	Ciudad D	1	1	1	0
3	Central 3	Ciudad C	1	2	2	0
4	Central 4	Ciudad A	1	4	4	0
	Total	Objective	Function	Value =	9	