Hoja nº ....

UAM
Universidad Autónoma
de Madrid

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

- Método Ford - Fulkerson
- Ejercicios resueltos con Winqsb

UAM
Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....
Apellidos .... Nombre ....
Ejercicio del día ....

FLUJO MÁXIMO EN REDES

En teoría de grafos, un grafo dirigido con pesos es también conocido como una red.

Se determina el Flujo Máximo porque hay innumerables cuestiones prácticas donde lo más importante es conocer la cantidad de flujo que pasa a través de una red.

El problema del Flujo Máximo consiste: Dado un grafo dirigido con pesos, G = (V, A,W), que representa las capacidades máximas de los canales, un nodo de inicio S y otro de fin T en V , se trata de encontrar la cantidad máxima de flujo que puede circular desde S hasta T.

Las aristas representan canales por los que puede circular cierta cosa: transmisión de datos, redes de corriente eléctrica, líneas de oleoductos, agua, automóviles, etc.

Los pesos de las aristas representan la capacidad máxima de un canal: velocidad de una conexión, cantidad máxima de tráfico, voltaje de una línea eléctrica, volumen máximo de agua, etc.

Los problemas de Flujo Máximo se pueden resolver mediante programas informáticos, por ejemplo, el programa WinQSB con un conjunto de herramientas útiles para la investigación de operaciones. Dentro de WinQSB se encuentra el modulo Network Modeling (Maximal Flow Problem), que permite resolver problemas de Flujo Máximo con facilidad.

CONCEPTOS BÁSICOS:

- Flujo: Circulación de unidades homogéneas de un lugar a otro.
- Capacidad de flujo: Capacidad de unidades que pueden entrar por el nodo fuente y salir por el nodo destino.
- Origen o fuente de flujo: Nodo por el que ingresa el flujo.
- Destino o Sumidero de flujo: Nodo por que sale el flujo.
- Capacidades residuales: Capacidades restantes una vez que el flujo pasa el arco.

MÉTODO DE FORD-FULKERSON: FLUJO MÁXIMO EN REDES

El método propone buscar caminos en los que se pueda aumentar el flujo hasta que se alcance el flujo máximo, la idea es encontrar una ruta de penetración con un flujo positivo neto que una los nodos de origen y destino.

- El flujo es siempre positivo y con unidades enteras.
- El flujo a través de un arco es menor o igual que la capacidad.
- El flujo que entra en un nodo es igual al que sale de él.

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

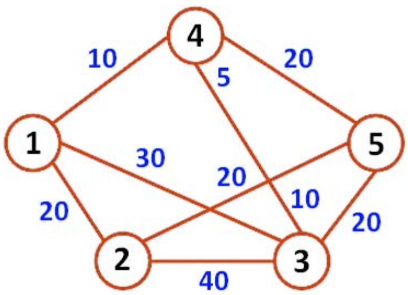
PASOS PARA LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE FLUJO MÁXIMO

1. Identificar el nodo origen y de destino.
2. Partiendo del nodo de origen se elige el arco que posea mayor flujo
3. Identificar los nodos de transbordo.
4. Repetir el proceso como si el nodo intermediario fuera el nodo origen.
5. Calcular 'k' y las nuevas capacidades.
6. Obtenido el resultado se cambian las capacidades y se repite idéntico procedimiento desde el inicio.

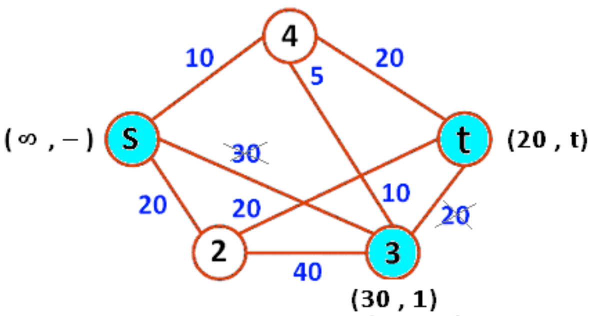
$$C_{ij,\,ji} = (C_i - k\,,\, C_j + k) \begin{cases} C \equiv \text{Capacidad} \\ i\,j \equiv \text{Índices de los nodos} \\ k \equiv \text{Mínimo flujo que pasa por el nodo} \\ k = \text{mín(capacidades de la ruta)} \end{cases}$$

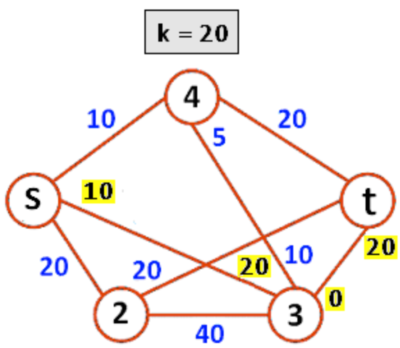
El Flujo Máximo que puede pasar del nodo origen hasta el nodo destino es la suma de las capacidades $\sum k$ de la ruta.

Calcular el flujo máximo del grafo:



MÉTODO DE FORD-FULKERSON: Flujo máximo desde s, remplazando nuevas capacidades



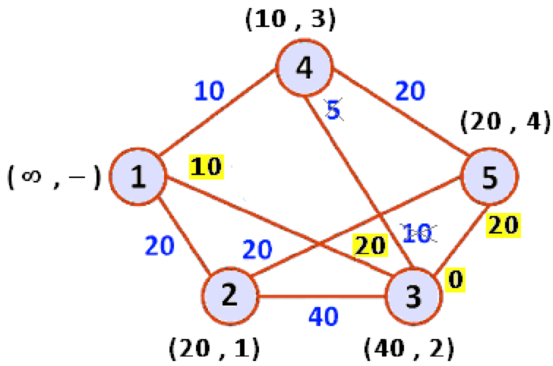


$k = \text{mín}(\infty, 30, 20) = 20$

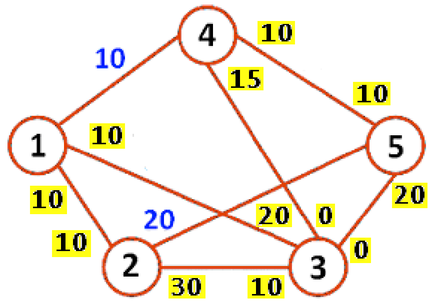
$C_{13,\,31} = (30 - 20\,,\, 0 + 20) = (10\,,\, 20)$

$C_{35,\,53} = (20 - 20\,,\, 0 + 20) = (0\,,\, 20)$

Ruta: 1 - 2 - 3 - 4 - 5 / Remplazando nuevas capacidades



k = 10



$$k = \text{mín}(\infty, 20, 40, 10, 20) = 10$$

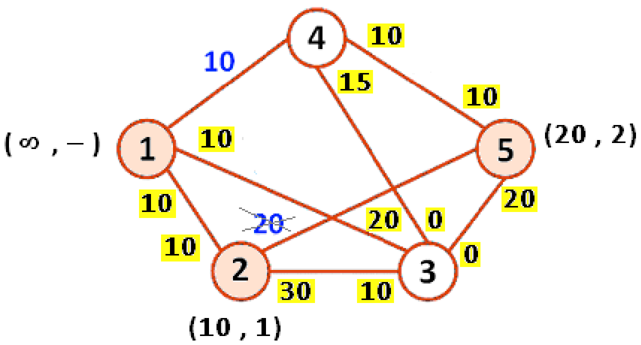
$$C_{12,21} = (20 - 10, 0 + 10) = (10, 10)$$

$$C_{23,32} = (40 - 10, 0 + 10) = (30, 10)$$

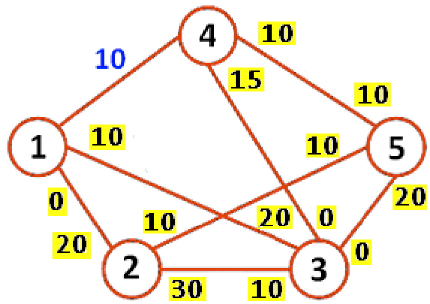
$$C_{34,43} = (10 - 10, 5 + 10) = (0, 15)$$

$$C_{45,54} = (20 - 10, 0 + 10) = (10, 10)$$

Ruta: 1 - 2 - 5 / Remplazando nuevas capacidades



k = 10



$$k = \text{mín}(\infty, 10, 20) = 10$$

$$C_{12,21} = (10 - 10, 10 + 10) = (0, 20)$$

$$C_{25,52} = (20 - 10, 0 + 10) = (10, 10)$$

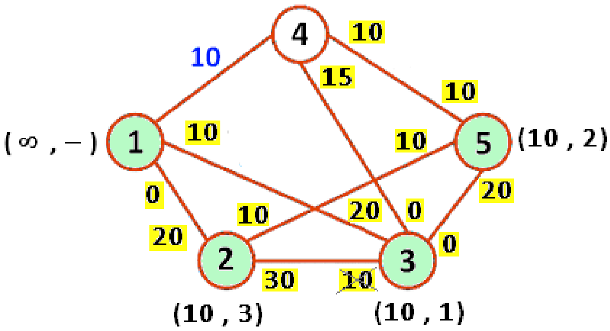
UAM Universidad Autónoma de Madrid

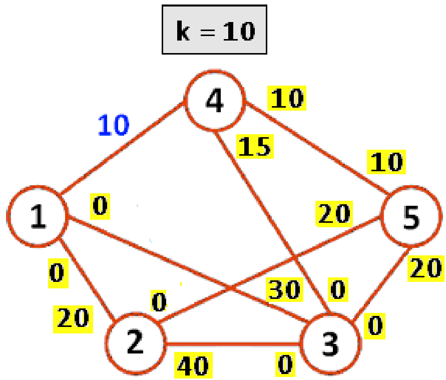
Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

Ruta: 1 - 3 - 2 - 5 / Remplazando nuevas capacidades





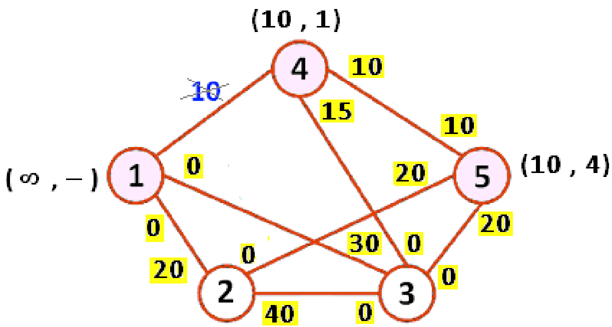
$k = \text{mín}(\infty, 10, 10, 10) = 10$

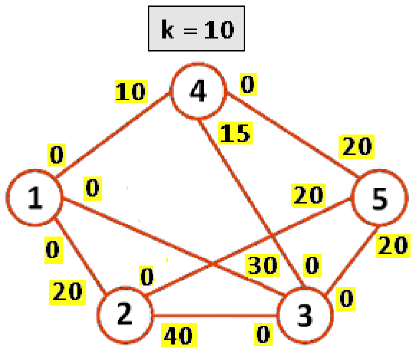
$C_{13,31} = (10-10, 20+10) = (0, 30)$

$C_{32,23} = (10-10, 30+10) = (0, 40)$

$C_{25,52} = (10-10, 10+10) = (0, 20)$

Finalmente, Ruta: 1 - 4 - 5 / Remplazando nuevas capacidades





$k = \text{mín}(\infty, 10, 10) = 10$

$C_{14,41} = (10-10, 0+10) = (0, 10)$

$C_{45,54} = (10-10, 10+10) = (0, 20)$

El Flujo máximo se obtiene al sumar todas las nuevas capacidades:

$\sum k = 20 + 10 + 10 + 10 + 10 = 60$

Universidad Autónoma de Madrid

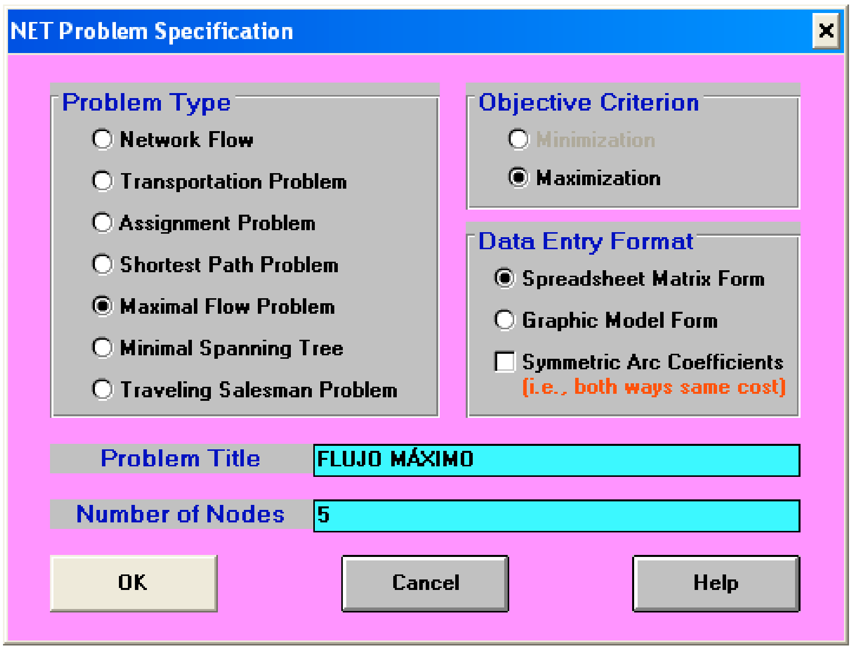
Asignatura .... Grupo ....

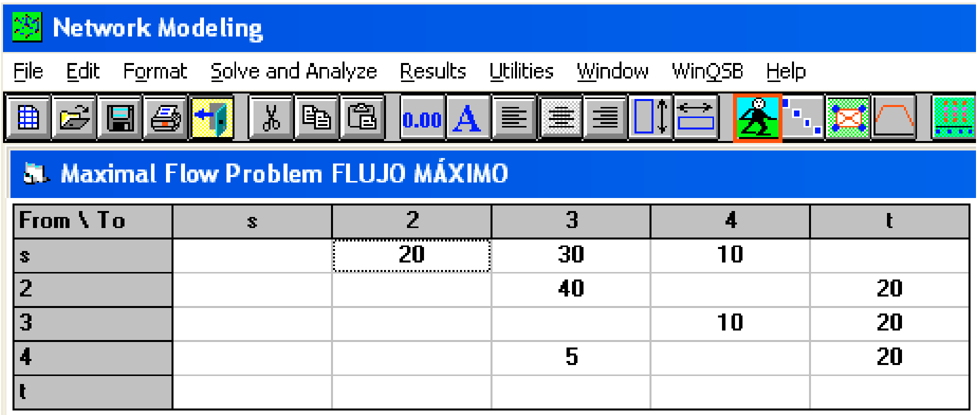
Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

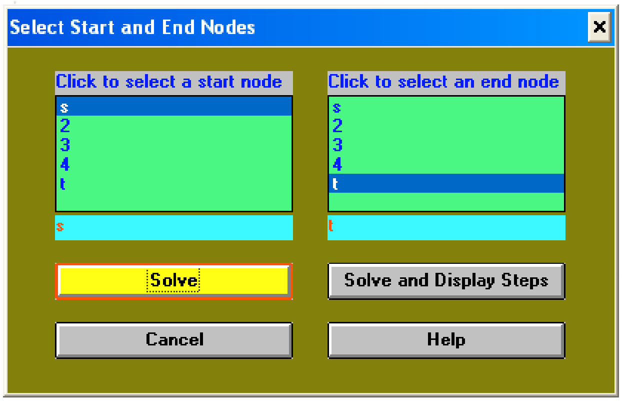
Network Modeling / Maximal Flow Problem

Muchos problemas pueden ser modelados mediante una red en donde los arcos limitan la cantidad de un producto que se puede enviar. En estas situaciones, frecuentemente se transporta la máxima cantidad de flujo desde un punto de partida llamado fuente hacia un punto final denominado pozo.





From \ To	s	2	3	4	t
s		20	30	10	
2			40		20
3				10	20
4			5		20
t					



Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

Network Modeling

File Format Results Utilities Window Help

Solution for Maximal Flow Problem FLUJO MÁXIMO

	From	To	Net Flow		From	To	Net Flow
1	s	2	20	5	3	4	10
2	s	3	30	6	3	t	20
3	s	4	10	7	4	t	20
4	2	t	20				
Total	Net Flow	From	s	To	t	=	60

Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....

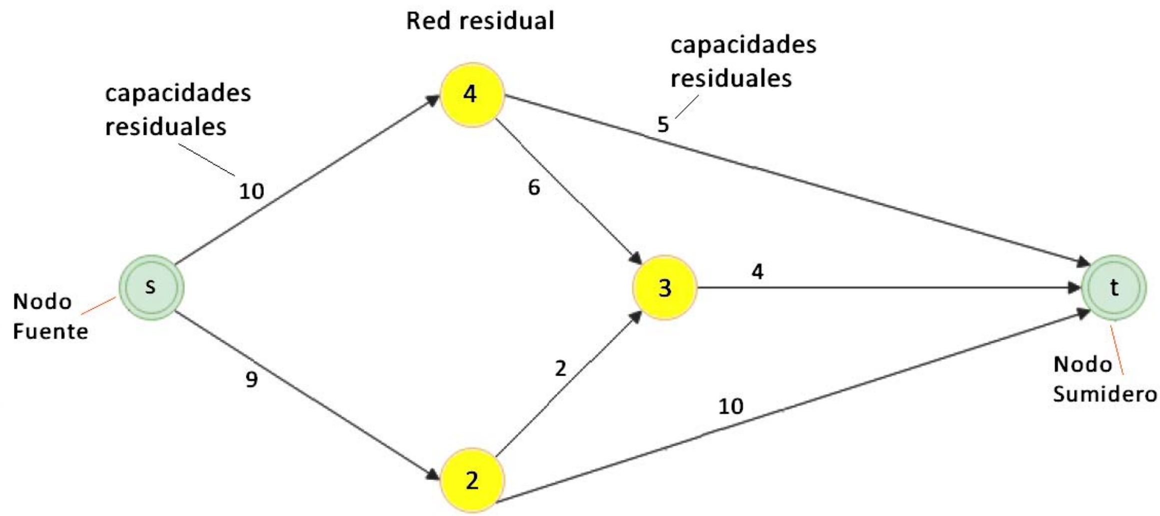
Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

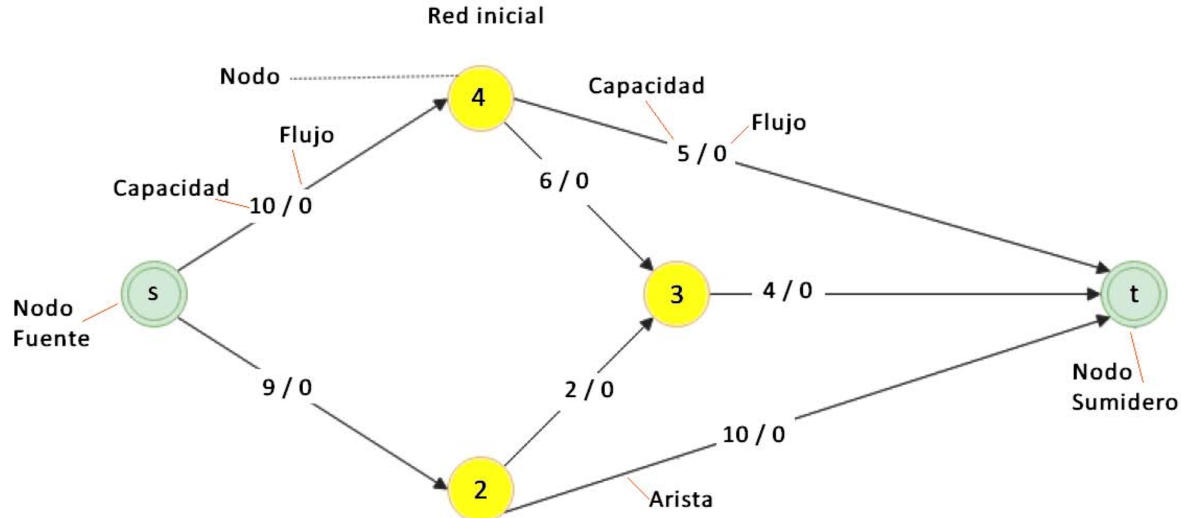
(IMPRESO EN PAPEL RECICLADO)

UNICAMENTE PARA USO ESCOLAR

RESOLUCIÓN ALGORITMO DE FORD - FULKERSON



La red esta formada por 5 nodos, 7 aristas y una función capacidad. Se comienza poniendo todos los flujos a 0.



Camino de aumento: Camino sin nodos que une s con t

Cuello de botella: Mínimo de las capacidades residuales de un camino de aumento.

Se busca un camino de aumento: s - 2 - t

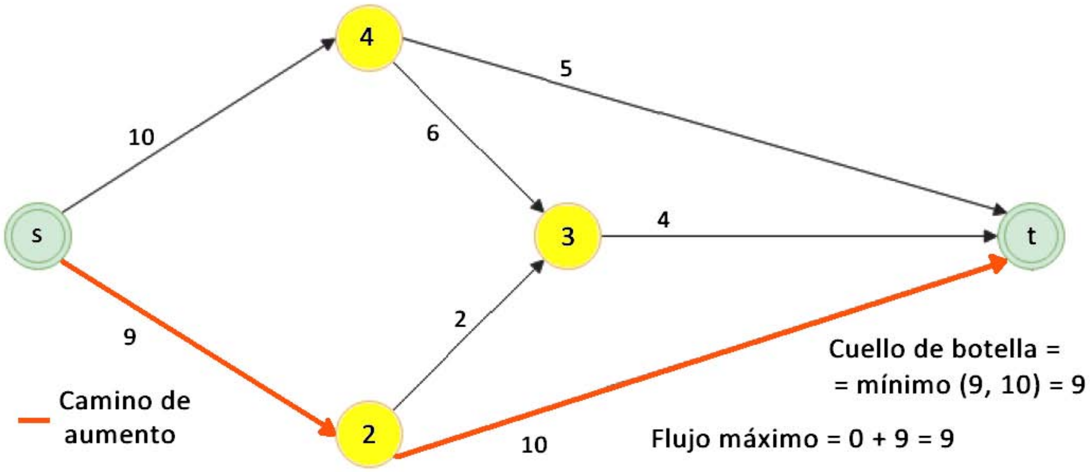
UAM Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....

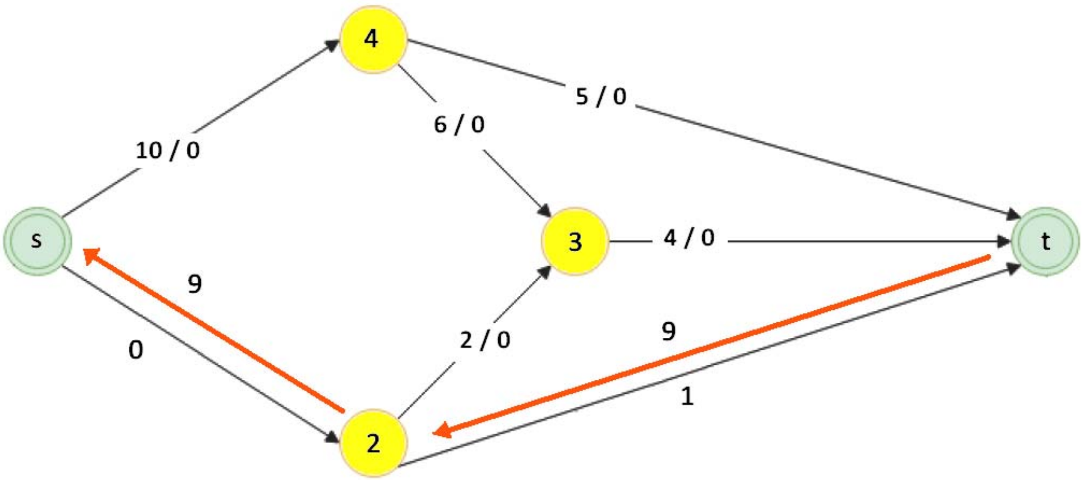
Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

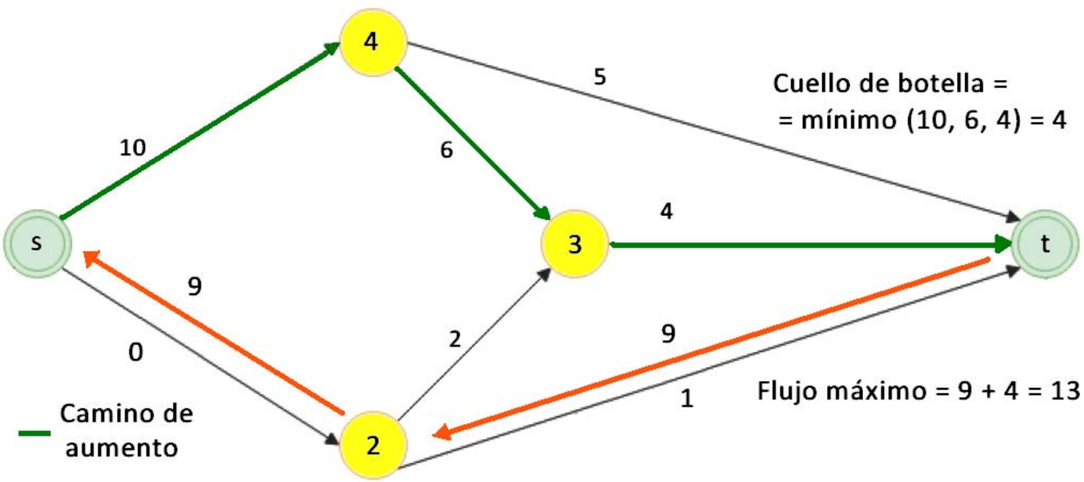
Red residual



Se actualiza la red residual



Se busca otro camino de aumento: s - 4 - 3 - t

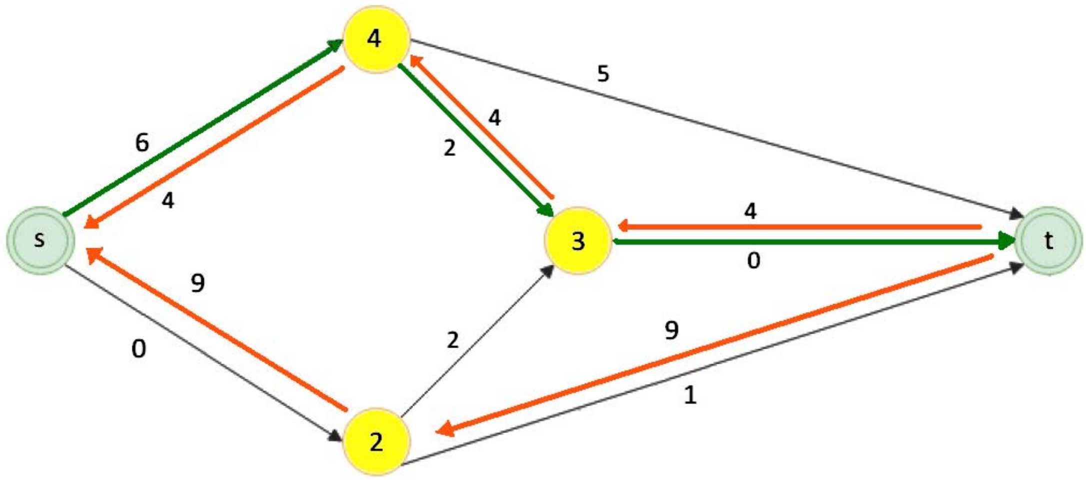


Asignatura .... Grupo ....

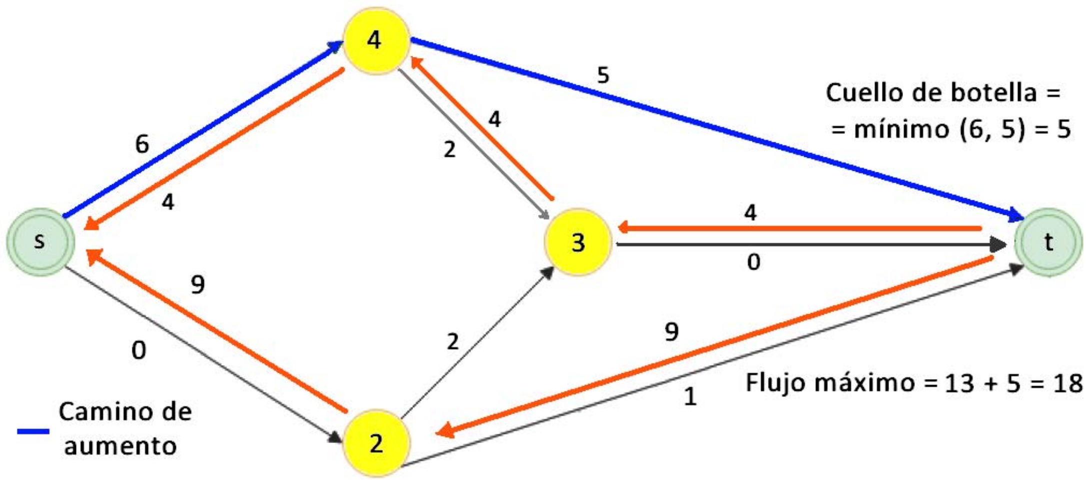
Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

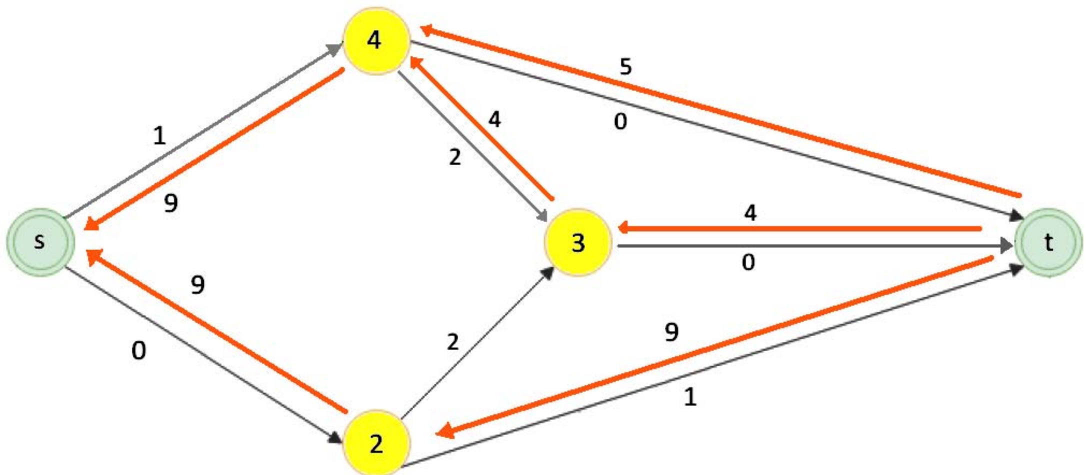
Se actualiza la red residual.



Se busca otro camino de aumento: s - 4 - t



Se actualiza la red residual.



El algoritmo de Ford - Fulkerson finaliza porque ya no se pueden encontrar más caminos en aumento. El flujo máximo es $\sum f(\text{arista}) = 9 + 9 = 18$

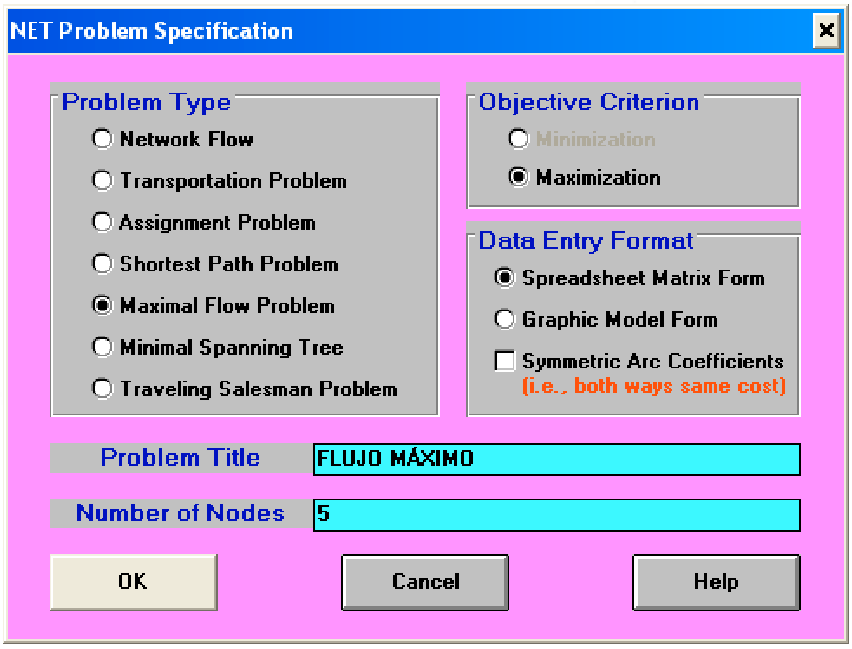
UAM
Universidad Autónoma de Madrid

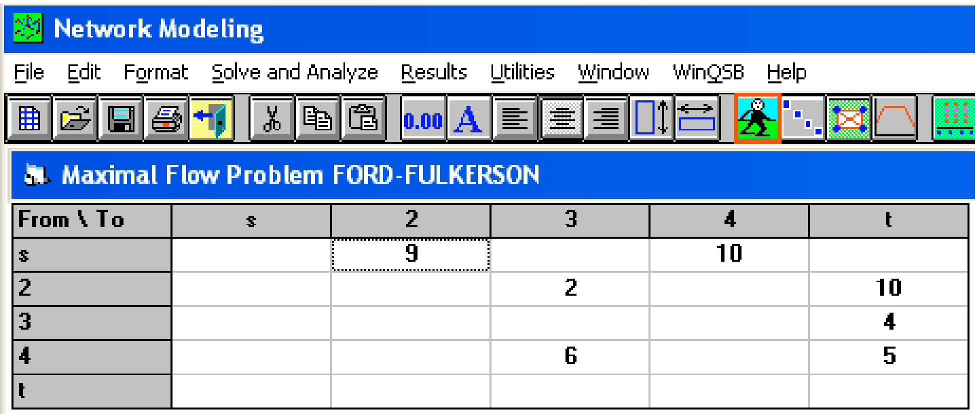
Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

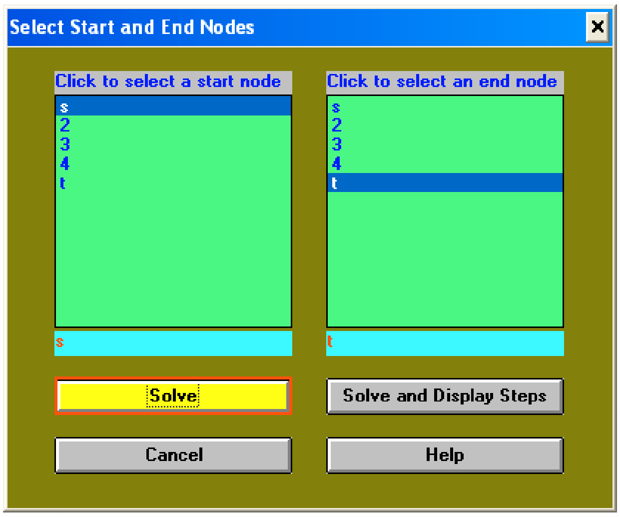
Ejercicio del día ....

Network Modeling / Maximal Flow Problem





From \ To	s	2	3	4	t
s		9		10	
2			2		10
3					4
4			6		5
t					

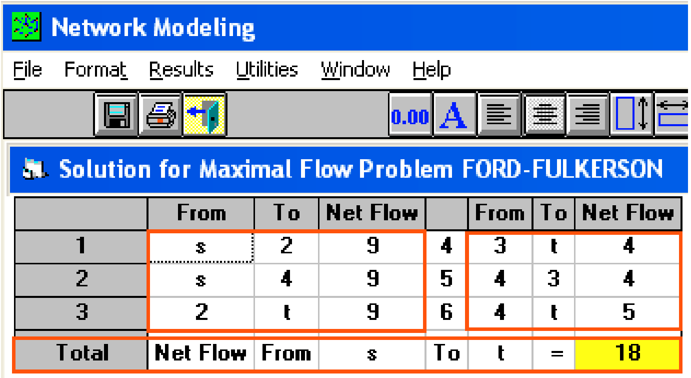


Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....



Network Modeling

File Format Results Utilities Window Help

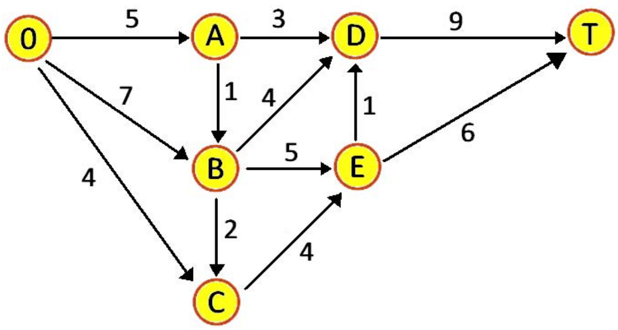
Solution for Maximal Flow Problem FORD-FULKERSON

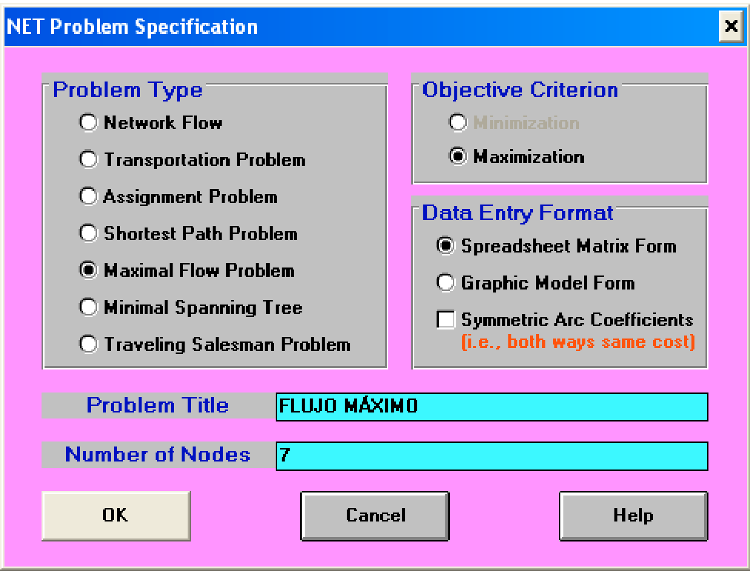
	From	To	Net Flow		From	To	Net Flow
1	s	2	9	4	3	t	4
2	s	4	9	5	4	3	4
3	2	t	9	6	4	t	5
Total	Net Flow	From	s	To	t	=	18

El Flujo máximo de s hasta t es 18.

Network Modeling / Maximal Flow Problem

Obtener el máximo flujo que se puede llevar del nodo 0 al nodo T





Universidad Autónoma de Madrid

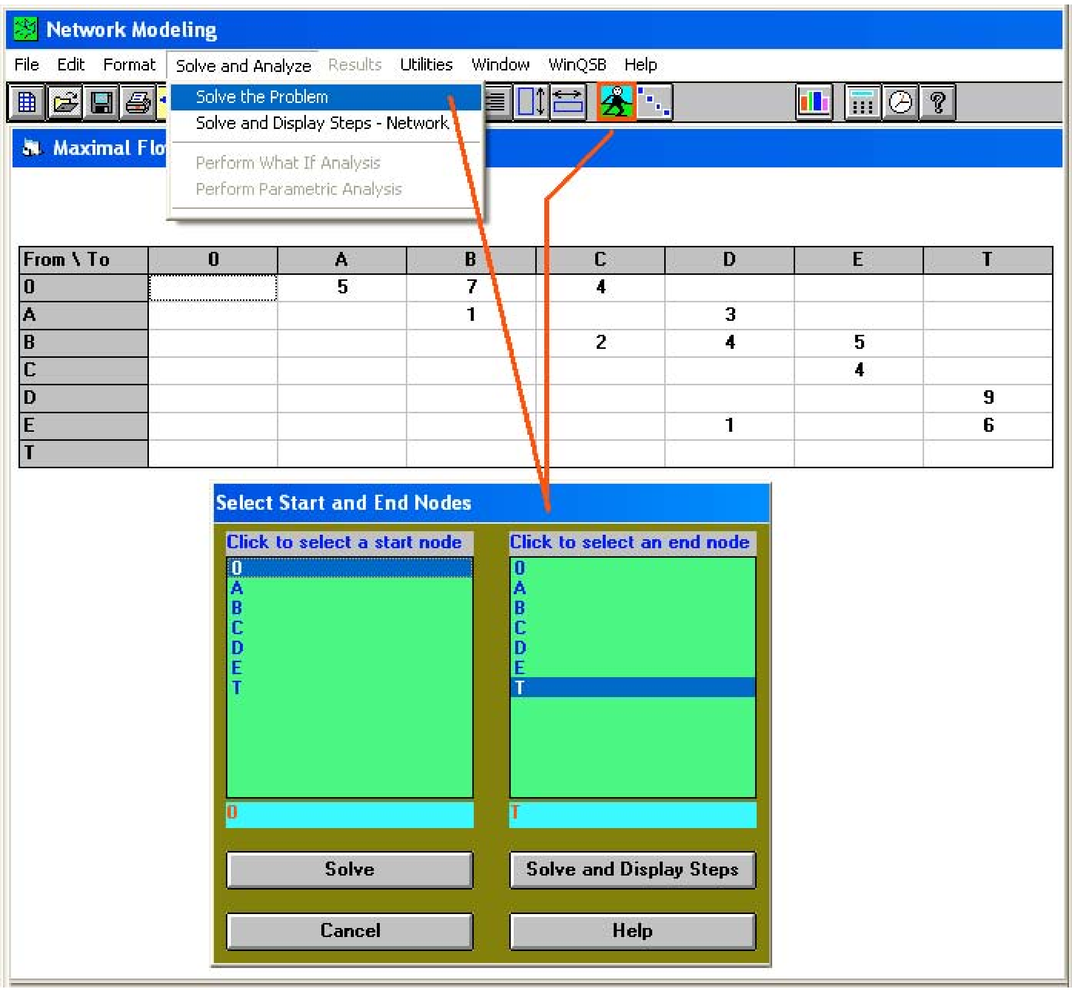
Asignatura .... Grupo ....

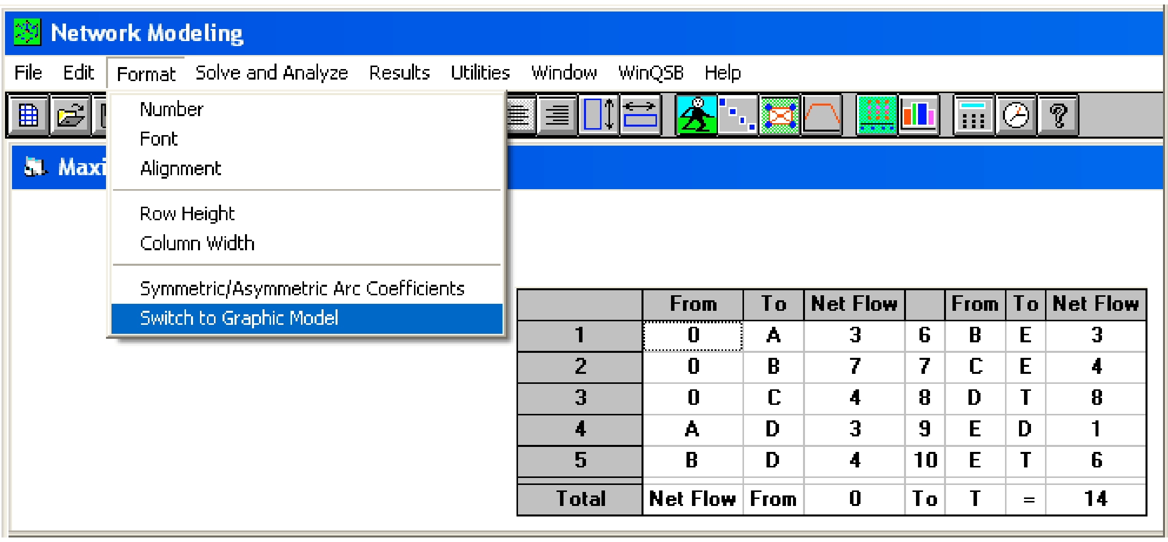
Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

(IMPRESO EN PAPEL RECICLADO)

UNICAMENTE PARA USO ESCOLAR





El Flujo máximo de 0 hasta T es 14.

Hoja nº ....

Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

UNICAMENTE PARA USO ESCOLAR (IMPRESO EN PAPEL RECICLADO)